یادگیری هوشمند و تحول مدیریت

راهبردهای مدیریتی در ارتقای تفکر ریاضی: مطالعه‌ای کیفی در بستر مدارس ابتدایی

نجمه حسینیه فراهانی[1]
کیوان صالحی[2*]
معصومه سادات ابطحی[3]
مهدی عاشوری[4]

تاریخ چاپ نهایی: ۱ اسفند ۱۴۰۵
تاریخ چاپ اولیه: ۴ اردیبهشت ۱۴۰۵
تاریخ پذیرش: ۲۷ فروردین ۱۴۰۵
تاریخ بازنگری: ۲۰ فروردین ۱۴۰۵
تاریخ ارسال: ۸ دی ۱۴۰۴

شیوه استناددهی: حسینیه فراهانی، نجمه.، صالحی، کیوان.، سادات ابطحی، معصومه.، و عاشوری، مهدی. (۱۴۰۵). راهبردهای مدیریتی در ارتقای تفکر ریاضی: مطالعه‌ای کیفی در بستر مدارس ابتدایی. *یادگیری هوشمند و تحول مدیریت*، ۴(۶)، ۲۹-۱.

چکیده

هدف این پژوهش شناسایی و تبیین راهبردهای مدیریتی مؤثر در ارتقای تفکر ریاضی دانش‌آموزان دوره ابتدایی بود. این پژوهش با رویکرد چندروشی کیفی انجام شد. در بخش اسنادی، مرور نظام‌مند منابع علمی طی سال‌های ۱۹۹۰ تا ۲۰۲۴ بر اساس دستورالعمل PRISMA صورت گرفت که در نهایت ۵۸ مطالعه واجد شرایط تحلیل شدند. در بخش میدانی، از روش نظریه داده‌بنیاد با طرح نظام‌مند استفاده شد. نمونه‌گیری به‌صورت هدفمند–نظری انجام گرفت و شامل ۱۶ نفر از متخصصان آموزش ریاضی، برنامه‌ریزان درسی و معلمان دوره ابتدایی بود. داده‌ها از طریق مصاحبه‌های نیمه‌ساختاریافته گردآوری و با استفاده از کدگذاری باز، محوری و گزینشی تحلیل شدند. به‌منظور اعتباربخشی، از راهبردهایی نظیر تأیید مشارکت‌کنندگان، کدگذاری مجدد توسط داوران و مثلث‌سازی داده‌ها استفاده شد. تحلیل داده‌ها منجر به استخراج ۵۹۸ کد باز، ۲۱۹ زیرمقوله و ۴۲ مقوله شد که در قالب هفت بعد اصلی تفکر ریاضی طبقه‌بندی شدند. یافته‌ها نشان دادند که راهبردهایی مانند آموزش مسئله‌محور، تقویت استدلال، گفت‌وگوی ریاضی، بازنمایی‌های چندگانه، پرسش‌گری راهبردی، یادگیری مبتنی بر خطا و موقعیت‌های یادگیری باز، تأثیر معناداری بر ارتقای ابعاد مختلف تفکر ریاضی دارند. همچنین این راهبردها پیامدهای چندبعدی در سطوح شناختی، آموزشی، روان‌شناختی و اجتماعی ایجاد می‌کنند. نتایج نشان می‌دهد که پرورش تفکر ریاضی در دوره ابتدایی حاصل تعامل نظام‌مند میان عوامل شناختی، آموزشی، عاطفی و محیطی است و تمرکز بر معناسازی، همراه با نقش محوری معلم، برنامه درسی و محیط یادگیری، می‌تواند چارچوبی مؤثر برای بهبود کیفیت آموزش ریاضی فراهم سازد.

واژگان کلیدی: تفکر ریاضی، راهبردهای مدیریتی، آموزش ابتدایی، استدلال ریاضی، یادگیری مسئله‌محور

مشخصات نویسندگان:

۱. دانشجوی دکتری، گروه مطالعات تربیتی و برنامه ریزی درسی، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران
۲. دانشیار، گروه روشها و برنامه های آموزشیو درسی، دانشکده روان شناسی و علوم تربیتی، دانشگاه تهران، تهران، ایران
۳. گروه مطالعات تربیتی و برنامه ریزی درسی، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران
۴. استادیار، گروه آموزش علوم تربیتی، دانشگاه فرهنگیان، تهران، ایران

پست الکترونیکی: keyvansalehi@ut.ac.ir

© ۱۴۰۵ تمامی حقوق انتشار این مقاله متعلق به نویسنده است.

انتشار این مقاله به‌صورت دسترسی آزاد مطابق با گواهی CC BY-NC 4.0 صورت گرفته است.

Intelligent Learning and Management Transformation

Management Strategies in Promoting Mathematical Thinking: A Qualitative Study in Elementary Schools

Najmeh Hosseiniyeh Farahani[1]
Keyvan Salehi[2]*
Masoumeh Sadat Abtahi[3]
Mahdi Ashouri[3]

Submit Date: 29 December 2025
Revise Date: 09 April 2026
Accept Date: 16 April 2026
Initial Publish: 24 April 2026
Final Publish: 20 February 2027

How to cite: Hosseiniyeh Farahani, N., Salehi, K., Abtahi, M. S., & Ashouri, M. (2026). Management Strategies in Promoting Mathematical Thinking: A Qualitative Study in Elementary Schools. *Intelligent Learning and Management Transformation, 4*(6), 1-29.

Abstract

The present study aimed to identify and conceptualize effective management strategies for promoting mathematical thinking in elementary school students. This study employed a qualitative multi-method approach. In the documentary phase, a systematic review of literature from 1990 to 2024 was conducted based on PRISMA guidelines, resulting in 58 eligible studies. In the field phase, a grounded theory approach with a systematic design was applied. Participants were selected through purposive-theoretical sampling and included 16 experts in mathematics education, curriculum planning, and elementary teaching. Data were collected via semi-structured interviews and analyzed through open, axial, and selective coding. To ensure validity and reliability, strategies such as member checking, inter-coder agreement, and data triangulation were employed. The analysis yielded 598 open codes, 219 subcategories, and 42 categories organized into seven core dimensions of mathematical thinking. The findings indicated that strategies such as problem-based learning, enhancement of reasoning, guided mathematical dialogue, multiple representations, strategic questioning, error-based learning, and open-ended learning environments significantly improve mathematical thinking. These strategies also produce multidimensional outcomes across cognitive, educational, psychological, and social domains. The development of mathematical thinking in elementary education emerges from a systematic interaction among cognitive, instructional, emotional, and environmental factors, with meaning-making and the central role of teachers, curriculum, and learning environment being critical for enhancing mathematics education quality.

Keywords: *Mathematical thinking, management strategies, elementary education, mathematical reasoning, problem-based learning*

Authors' Information:
keyvansalehi@ut.ac.ir
1. PhD Student, Department of Educational Studies and Curriculum Planning, SR.C., Islamic Azad University, Tehran, Iran
2. Associate professor, Department of Methods, Educational Planning, and Curriculum, faculty of Psychology and Education, University of Tehran, Tehran, Iran
3. Department of Educational Studies and Curriculum Development, SR.C., Islamic Azad University, Tehran, Iran
4. Assistance professor, Department of Educational Sciences. Farhangian University, Tehran, Iran

© 2026 the authors. This is an open access article under the terms of the CC BY-NC 4.0 License.

مقدمه

در جهان معاصر، ریاضیات به‌عنوان یکی از ارکان بنیادین توسعه علمی، فناوری و اقتصادی، جایگاهی بی‌بدیل در نظام‌های آموزشی دارد و به‌ویژه در دوره آموزش ابتدایی، نقش آن در شکل‌دهی به ساختارهای شناختی، مهارت‌های حل مسئله و تفکر انتزاعی دانش‌آموزان بسیار تعیین‌کننده است. گزارش‌های بین‌المللی نشان می‌دهد که سطح توانایی‌های ریاضی دانش‌آموزان، شاخصی کلیدی برای سنجش کیفیت نظام‌های آموزشی و آمادگی آن‌ها برای مواجهه با چالش‌های آینده است (Oecd, 2023). در این میان، توجه صرف به انتقال مفاهیم و مهارت‌های محاسباتی، بدون تمرکز بر توسعه تفکر ریاضی، نمی‌تواند پاسخگوی نیازهای پیچیده دنیای امروز باشد. از این‌رو، نظام‌های آموزشی به سمت رویکردهایی حرکت کرده‌اند که در آن‌ها «تفکر ریاضی» به‌عنوان هدفی محوری در آموزش مورد تأکید قرار می‌گیرد (Boaler, 2023; Clements & Sarama, 2023).

تفکر ریاضی مفهومی چندبعدی و پویاست که فراتر از انجام محاسبات عددی، شامل فرآیندهایی همچون استدلال، تعمیم، مدل‌سازی، تجسم فضایی و برقراری ارتباط میان مفاهیم است (Er et al., 2023; Monteleone et al., 2023). این نوع تفکر به دانش‌آموزان کمک می‌کند تا بتوانند الگوها را شناسایی کنند، روابط میان پدیده‌ها را تحلیل نمایند و در مواجهه با مسائل جدید، راه‌حل‌های خلاقانه ارائه دهند. پژوهش‌ها نشان داده‌اند که توسعه تفکر ریاضی نه‌تنها به بهبود عملکرد تحصیلی در درس ریاضی منجر می‌شود، بلکه مهارت‌های شناختی سطح بالا مانند تفکر انتقادی و حل مسئله را نیز تقویت می‌کند (Wang & Abdullah, 2024; Wu & Yang, 2022). همچنین ارتباط میان تفکر محاسباتی و تفکر ریاضی نشان‌دهنده نقش بنیادین این نوع تفکر در یادگیری علوم دیگر و آمادگی برای عصر دیجیتال است (Abidin et al., 2025).

از منظر نظری، رویکردهای ساخت‌گرایانه یادگیری تأکید دارند که دانش‌آموزان دانش ریاضی را از طریق تعامل فعال با محیط، تجربه‌های معنادار و بازسازی ذهنی مفاهیم کسب می‌کنند. نظریه رشد شناختی پیاژه نیز نشان می‌دهد که تحول تفکر ریاضی در بستر تعامل میان فرایندهای شناختی و عاطفی شکل می‌گیرد و یادگیری زمانی عمیق‌تر می‌شود که فرد درگیر ساخت معنا شود (Wadsworth, 2024). در همین راستا، نظریه APOS نیز چارچوبی تحلیلی برای درک چگونگی شکل‌گیری مفاهیم ریاضی در ذهن فراگیران ارائه می‌دهد و بر نقش کنش‌ها، فرایندها، اشیا و طرحواره‌ها در یادگیری تأکید می‌کند (Arnon et al., 2024). علاوه بر این، مفهوم «انتزاع بازتابی» در نظریه دوبینسکی، نشان می‌دهد که یادگیری ریاضی از طریق بازاندیشی بر تجربه‌ها و ساخت ساختارهای ذهنی پیچیده‌تر صورت می‌گیرد (Dubinsky, 2022).

در کنار این مبانی نظری، پژوهش‌های تجربی نیز بر اهمیت عوامل فردی و محیطی در توسعه تفکر ریاضی تأکید دارند. عواملی همچون انگیزش، خودتنظیمی یادگیری، نگرش به ریاضیات و اضطراب ریاضی، می‌توانند به‌طور مستقیم یا غیرمستقیم بر کیفیت تفکر ریاضی دانش‌آموزان تأثیر بگذارند (Atabek et al., 2022; Schunk, 2022). برای مثال، اضطراب ریاضی می‌تواند فعالیت‌های شناختی مرتبط با حل مسئله را مختل

کند، در حالی که خودتنظیمی یادگیری و تفکر خلاق، زمینه را برای توسعه عمیق‌تر مفاهیم فراهم می‌سازند (Nufus et al., 2024; Suherman & Vidakovich, 2024). همچنین نقش حافظه کاری، هوش منطقی-ریاضی و توانایی‌های شناختی در پیش‌بینی عملکرد ریاضی مورد تأکید قرار گرفته است (Mofidian, 2023).

از سوی دیگر، نقش معلم به‌عنوان یکی از مهم‌ترین عوامل مؤثر در پرورش تفکر ریاضی، در ادبیات پژوهشی به‌طور گسترده مورد بررسی قرار گرفته است. توانایی معلمان در «توجه حرفه‌ای» به تفکر دانش‌آموزان و تحلیل پاسخ‌های آنان، نقش کلیدی در هدایت یادگیری دارد (Jacobs et al., 2024). همچنین، هم‌راستایی میان تفکر ریاضی معلم و دانش‌آموزان، می‌تواند کیفیت تعاملات کلاسی را ارتقا داده و به شکل‌گیری یادگیری معنادار کمک کند (Kooloos et al., 2022). در این راستا، سبک تعامل معلم–دانش‌آموز و کیفیت ارتباطات آموزشی نیز به‌عنوان عوامل تعیین‌کننده در توسعه تفکر ریاضی شناخته شده‌اند (Ashrafian & Salehi, 2022).

علاوه بر نقش معلم، روش‌های تدریس و راهبردهای آموزشی نیز تأثیر چشمگیری بر پرورش تفکر ریاضی دارند. استفاده از رویکردهایی مانند یادگیری مبتنی بر مسئله، طراحی تفکر، و آموزش مبتنی بر فعالیت، می‌تواند دانش‌آموزان را درگیر فرایندهای شناختی عمیق‌تری کند (Muhammad Zaim et al., 2022; Torres-Pena et al., 2025). همچنین، به‌کارگیری ابزارهای دیجیتال و فناوری‌های نوین آموزشی، فرصت‌های جدیدی برای توسعه تفکر ریاضی فراهم کرده است (Hegedus & Roschelle, 2023). برای مثال، استفاده از بازی‌های دیجیتال می‌تواند انگیزش یادگیری را افزایش داده و مهارت‌های تفکر ریاضی را بهبود بخشد (Al-Barakat et al., 2025).

در حوزه برنامه درسی نیز، تأکید بر طراحی فعالیت‌های یادگیری معنادار، استفاده از بازنمایی‌های چندگانه و توجه به تفاوت‌های فردی دانش‌آموزان، از جمله راهبردهای مؤثر در توسعه تفکر ریاضی محسوب می‌شوند (Clements & Sarama, 2023; Shabani, 2023). همچنین، ارزیابی عادلانه و مبتنی بر فرآیند، می‌تواند به درک بهتر توانایی‌های تفکری دانش‌آموزان کمک کرده و زمینه را برای بهبود یادگیری فراهم سازد (Baniasadi et al., 2023). در این میان، طبقه‌بندی SOLO به‌عنوان ابزاری برای تحلیل سطوح یادگیری، چارچوبی مفید برای سنجش عمق تفکر دانش‌آموزان ارائه می‌دهد (Hattie & Brown, 2024; Hook & Mills, 2022).

با وجود این پیشرفت‌ها، شواهد پژوهشی نشان می‌دهد که در بسیاری از نظام‌های آموزشی، همچنان تأکید بیش از حد بر حفظیات و الگوریتم‌های محاسباتی، مانع از توسعه تفکر ریاضی عمیق در دانش‌آموزان می‌شود (Boaler, 2022; Hakkarainen et al., 2023). این مسئله به‌ویژه در دوره ابتدایی اهمیت بیشتری دارد، زیرا این دوره، مرحله شکل‌گیری پایه‌های شناختی و نگرشی نسبت به ریاضیات است. پژوهش‌ها نشان می‌دهد که عدم توجه به پرورش تفکر ریاضی در این دوره، می‌تواند منجر به ضعف‌های پایدار در یادگیری و کاهش انگیزش دانش‌آموزان در سطوح بالاتر شود (Zivari Rahman et al., 2022).

همچنین، مطالعات جدید بر اهمیت زمینه‌های فرهنگی، اجتماعی و هویتی در توسعه تفکر ریاضی تأکید دارند. برای مثال، هویت قومی و نگرش‌های فرهنگی می‌توانند بر نحوه درک و یادگیری مفاهیم ریاضی تأثیرگذار باشند (Suherman & Vidakovich, 2024). از سوی دیگر، بازی و تعاملات اجتماعی در سال‌های اولیه زندگی، نقش مهمی در شکل‌گیری تفکر ریاضی ایفا می‌کنند و ابزارهای ارتباطی می‌توانند به توسعه مفاهیم ریاضی در کودکان کمک کنند (van Oers, 2023, 2024).

در سطح آموزش عالی نیز، پژوهش‌ها نشان می‌دهد که تفکر ریاضی تحت تأثیر عوامل فردی و نهادی قرار دارد و نیازمند رویکردهای چندسطحی برای توسعه است (Aydin & Ubuz, 2024). همچنین، مطالعات انجام‌شده در حوزه معادلات دیفرانسیل و آموزش پیش‌خدمت معلمان، نشان‌دهنده چالش‌های موجود در انتقال تفکر ریاضی به سطوح پیشرفته‌تر است (Zeynivandnezhad, 2024; Zeynivandnezhad et al., 2023). علاوه بر این، پژوهش‌ها نشان داده‌اند که تفکر ریاضی سطح بالا می‌تواند حتی بر حوزه‌هایی مانند پردازش زبانی نیز تأثیرگذار باشد که بیانگر گستره اثرگذاری این نوع تفکر است (Wang et al., 2023).

در مجموع، بررسی ادبیات پژوهشی نشان می‌دهد که تفکر ریاضی پدیده‌ای چندوجهی است که تحت تأثیر تعامل پیچیده‌ای از عوامل شناختی، آموزشی، عاطفی، اجتماعی و فرهنگی قرار دارد. با وجود اهمیت این موضوع، هنوز چارچوب‌های جامع و یکپارچه‌ای که بتوانند راهبردهای مدیریتی مؤثر برای ارتقای تفکر ریاضی را در بستر مدارس ابتدایی تبیین کنند، به‌طور کامل توسعه نیافته‌اند. این خلأ پژوهشی، ضرورت انجام مطالعاتی را برجسته می‌سازد که بتوانند با رویکردی جامع، به شناسایی و تحلیل راهبردهای مدیریتی مؤثر در این زمینه بپردازند (AlAli et al., 2023).

هدف این پژوهش، شناسایی و تبیین راهبردهای مدیریتی مؤثر در ارتقای تفکر ریاضی دانش‌آموزان دوره ابتدایی در بستر مدارس است.

روش‌شناسی

از آنجایی‌که رویکرد مطالعه و تمامی عناصر طرح تحقیق، مبتنی بر سؤال‌های پژوهش تعیین می‌شود، در این مطالعه نیز برای پاسخ‌گویی به سؤال‌های پژوهشی از رویکرد پژوهش کیفی و از چند روشی استفاده شد به اینصورت که برای پاسخگویی به سوال ۱ تحقیق از روش اسنادی با مرور منظم استفاده شد و برای پاسخگویی به سوالات ۲ تا ۹ از روش نظریه برخاسته از داده‌ها استفاده شد. در قسمت اول از روش تحلیل محتوای متون مورد مطالعه در بخش مرور نظامند استفاده شد. در بخش دوم این تحقیق از روش نظریه برخاسته از داده‌ها با طرح سیستماتیک که توسط اشتراس و کوربن (۱۹۹۰) ارائه شده است استفاده شد. در این بخش بر اساس الگوی استقرایی در روش تحقیق کیفی، پژوهشگر ابتدا با برنامه ریزان درس ریاضی، صاحب‌نظران آموزش ریاضی و علوم تربیتی مصاحبه کرد و هر مصاحبه بلافاصله تحلیل و کُدگذاری شد و براساس آن خبرگان و صاحبنظران بعدی براساس اصل اشتهار که در زمینه برنامه ریزی درس ریاضی، آموزش ریاضی و آموزش ابتدایی فعالیت‌های پژوهشی و آموزشی دارند برای مصاحبه

انتخاب شد، این نوع مصاحبه تا زمان تحقق اشباع نظری که مقوله‌های اصلی و زیرمقوله کامل شودند ادامه پیدا کرد و براساس نتایج حاصل از آن فرایند پرورش تفکر ریاضی کودکان دوره دوم ابتدایی تدوین و یرمقوله‌ها و مقوله‌های آن مشخص شد.

مرور نظام‌مند ابزاری برای شناسایی، ارزیابی و تفسیر تمام پژوهش‌های موجود در خصوص سوال(های) پژوهشی خاص یا حوزه موضوع است. مرور نظام‌مند برای حوزه پرورش تفکر ریاضی ضروری است، زیرا چالش‌ها و فرصت‌های پرورش تفکر ریاضی در نظام آموزشی را مشخص می‌کند. بنابراین، هدف از انجام این مرور، بررسی جامع پژوهش‌های صورت‌گرفته در حوزه پرورش تفکر ریاضی با استفاده از مرور نظام‌مند پیشینه است. به‌طوری‌که بتوان به سوال‌های تعیین‌شده پژوهش پاسخ داد و به پژوهشگران و دست‌اندرکاران در درک و شناخت بهتر مسائل مربوط به این حوزه کمک کرد. این مرور براساس دستورالعمل‌های شناخته‌شده پریزما[1] انجام شده‌است که در شکل زیر، آورده شده‌است.

پروتکل مرور: پروتکل مرور اولین و نیز یکی از مهم‌ترین گام‌ها برای انجام یک مرور نظام‌مند است. پروتکل طرحی‌است که اجرای مرور نظام‌مند پیشینه پیشنهادشده را شرح می‌دهد و شامل موارد زیر است: سوالات پژوهش، راهبرد جستجو، فرآیند و ملاک‌های انتخاب مطالعه، ارزیابی کیفیت، سنتز و استخراج داده‌ها. هر یک از گام‌ها در ادامه شرح داده می‌شوند.

سوال‌های پژوهش: باتوجه به این‌که هدف ما شناسایی و طبقه‌بندی پیشینه موجود متمرکز ویژگی‌ها و ابعاد تفکر ریاضی در نظام آموزشی پژوهش است. سوالاتی که این پژوهش درصدد پاسخگویی به آن است بهشرح ذیل است: ویژگی‌ها و ابعاد تفکر ریاضی در دانش‌آموزان دوره ابتدایی چیست؟

منابع اطلاعاتی: پژوهش حاضر مجموعه مناسبی از پایگاه‌های داده‌ها را برای پوشش گسترده پیشینه و افزایش احتمال یافتن پژوهش‌های بسیار مرتبط انتخاب کرده‌است. بنابراین، این جستجو پایگاه‌های داده‌های منبع الکترونیکی در جدول زیر را دربر می‌گیرد:

جدول ۱. منابع اطلاعاتی جهت مرور نظام‌مند

URL	Source
https://eric.ed.gov/	Eric
https://ieeexplore.ieee.org/	IEEE eXplore
https://www.sciencedirect.com/	ScienceDirect
https://link.springer.com/	SpringerLink
https://dl.acm.org/	ACM Digital Library
https://onlinelibrary.wiley.com/	Wiley Online Library (WOL)
https://www.emerald.com/	Emerald Insigh
https://www.tandfonline.com/	Tandfonline

1. Preferred Reporting Items for Systematic Reviews and Meta-Analyses (PRISMA)

Scholar google	https://scholar.google.com/

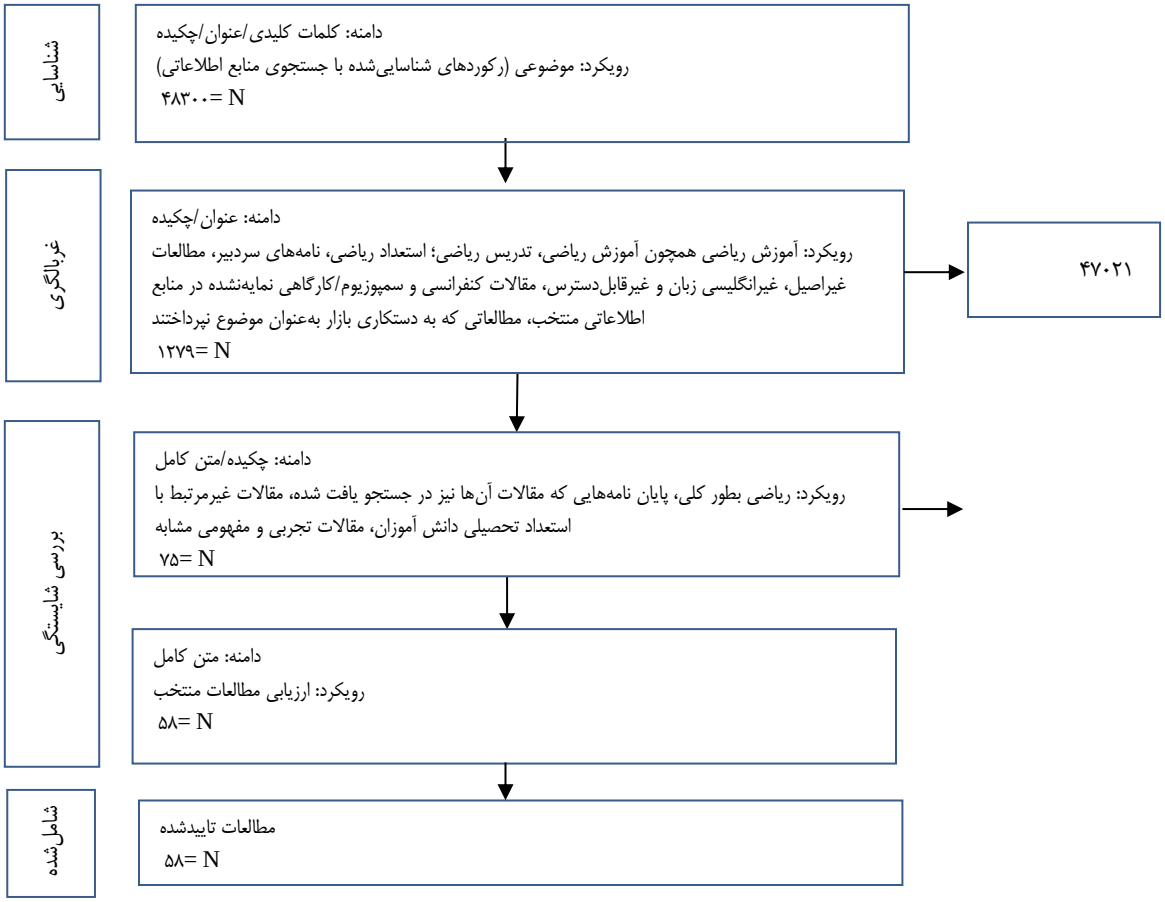
ملاک‌های جستجو: هدف اصلی از ملاک‌های جستجو، شناسایی مطالعات متمرکز بر پرورش تفکر ریاضی است. در این راستا، از مقالات مروری گذشته برای درک زمینه، کلمات کلیدی و مراجع کلیدی استفاده شده‌است. علاوه‌براین، از از ملاک‌های جمعیت، مداخله، مقایسه، پیامد، و زمینه[1] به‌عنوان راهنما برای تعریف رشته پژوهش استفاده شده‌است (پتیکرو و روبرتز، ۲۰۰۸). در این روش کلمات اختصاری و مترادف‌ها، آثار و کلمات مرتبط و نیز عملگرهای بولین درنظرگرفته می‌شوند.

دامنه جستجو: دامنه جستجو شامل به‌دست‌آوردن مطالعات منبع از پایگاه‌های داده‌های الکترونیکی منتخب بااستفاده از کلمات کلیدی ساخته‌شده است. جستجو از اول سال ۲۰۰۰ شروع‌شده و در تاریخ آخر نوامبر ۲۰۲۴ به‌روزرسانی شد. این دوره زمانی انتخاب‌شده مناسب و جامع بود، به‌این دلیل که بیشتر مطالعات و مدلهای استعدادیابی و پرورش آن در این سالها صورت گرفته است.

ملاک‌های ورود و حذف: پس از به‌دست‌آوردن مطالعات، بااستفاده از ملاک‌های ورود و حذف، مطالعاتی که ملاک‌های ورود را برآورده می‌کنند برای بررسی‌های بیش‌تر و ارزیابی‌های محتوایی انتخاب می‌شوند و آن‌هایی که طبق ملاک‌های حذف، غیرمرتبط هستند، حذف می‌شوند. عمدتا، مقالاتی مانند پیشینه خاکستری، چکیده‌های گسترده، سخنرانی‌ها، نکات کلیدی، و مقالات غیر انگلیسی باید حذف شوند.

ارزیابی کیفیت مطالعات: یکی از مراحل اساسی که در کنار ملاک‌های ورود و خروج باید رعایت شود، ارزیابی کیفیت اسناد بازیابی شده است. در پژوهش حاضر، پس از استفاده از ملاک‌های ورود و حذف برای انتخاب مطالعات مرتبط که شامل پژوهش‌ها درمورد پرورش تفکر ریاضی هستند، برای مطالعات باقیمانده ارزیابی کیفیت انجام شد. برای ارزیابی مطالعات انتخاب‌شده، از ملاک‌هایی براساس هدف پژوهش، زمینه‌سازی، مرور پیشینه، کارهای مرتبط، روش‌شناسی و هم‌چنین نتیجه‌گیری و نتایج استفاده‌شد. برای کاهش موانع تجربی در فیلترکردن متن کامل، از مجموعه‌ای از سؤالات استفاده کردیم که توسط روهرز و همکاران (۲۰۱۷) ارائه‌شده که درصورت برآورده‌کردن این ملاک‌ها، مقالات منتخب معتبر هستند.

[1]. Population, intervention, comparison, outcome, and context (PICOC)



شکل ۱. نمودار جریان پریزما؛ فرآیند انتخاب و فیلترکردن پیشینه مربوطه

استخراج داده‌ها و پاسخ به سوالات پژوهش: مرحله استخراج داده‌ها شامل شناسایی و استخراج داده‌های مرتبط از ۵۸ مطالعه منتخب است. در این زیربخش ما به سؤال‌های پژوهش پاسخ می‌دهیم. مقالات منتخب به‌طور کامل و عمیق مطالعه شدند، تا با تحلیل کیفی و همچنین نقد و بررسی آن ها، بتوان به مخاطبان و علاقه‌مندان این حوزه در درک وضعیت مطالعات موجود کمک کرد.

در این پژوهش به منظور جمع‌آوری و تحلیل داده‌ها از نظریه داده‌بنیاد (GT[1]) استفاده گردید. روش داده‌بنیاد روشی ایده‌آل برای پژوهش در حوزه‌هایی است که دانش اندکی درباره آنها در دسترس است (محسن‌زاده، ۱۳۸۹). با توجه به اکتشافی بودن پژوهش حاضر و کمبود اطلاعات و پژوهش در این حوزه، روش داده‌بنیاد روش مناسبی است که امکان جمع‌آوری اطلاعاتی عمیق را فراهم می‌کند و می‌تواند به‌عنوان منبعی ارزشمند برای جهت‌دهی پژوهش در مرحله کمّی مورد استفاده قرار گیرد. مدل پیشنهاد شده توسط اشتراوس و کربین (۱۳۹۵/۱۹۹۸) و شیوه‌های دقیق و گام‌به‌گام آنها تناسب زیادی با اهداف پژوهشگر تازه‌کار در روش کیفی، به ویژه پژوهشگران رشته‌هایی چون روان‌شناسی و مشاوره دارد که توجه زیادی به مسائل مرتبط با روایی و پایایی ابزارها و شیوه‌های مورد استفاده در پژوهش دارند. این روش در مقایسه با سایر روش‌ها تاکید کمتری بر

[1] Grounded theory approach

نقش پژوهشگر در ساختار دادن[1] به اظهارات افراد داشته و نظام‌مندتر است. باید به خاطر داشت، از آنجا که بنیان رویکرد زمینه‌ای در نظریه‌سازی "ظهور نظریه" است، پژوهشگران نمی‌توانند با لیست مفاهیم ازپیش تعیین شده یا نظریه‌ای که آنها را هدایت کند، یا یک طرح از پیش پرداخته، وارد پژوهش شوند. مفاهیم و طرح‌ها در این شیوه پژوهش از داده‌ها پدیدار می‌شوند. مدل ارائه شده توسط اشتراوس و کربین که با عنوان "طرح پژوهش سیستماتیک" شناخته می‌شود، بر استفاده از مراحل تحلیل داده‌ها از طریق کُدگذاری باز[2]، کدگذاری محوری[3] و کدگذاری گزینشی[4] تأکید دارد. محبوبیت این روش عمدتاً به دلیل دستورالعمل‌های روشن آن است.

برای اعتباربخشی به یافته‌ها و اطمینان از استحکام مدل نهایی، مجموعه‌ای از روش‌های مکمل و نظام‌مند به کار گرفته شد که هر یک جنبه‌ای خاص از روایی پژوهش را پوشش می‌دادند. فرآیند با «تأیید مجدد توسط مصاحبه‌شوندگان» آغاز شد؛ به این معنا که متن پیاده‌شده مصاحبه‌ها در اختیار مشارکت‌کنندگان قرار گرفت تا ضمن آشنایی با برداشت پژوهشگر، صحت و انطباق یافته‌ها با دیدگاه‌هایشان را تأیید کنند (روایی صوری و اعتبار محتوایی). در گامی فراتر، برای ارتقای «اعتبار نظری» و اطمینان از استحکام تبیین‌ها، از فن «آزمون فرضیه‌های رقیب» مبتنی بر رویکرد اشتراوس و کربین (۱۳۹۵/۱۹۹۸) استفاده شد که طی آن، پژوهشگر به‌صورت نظام‌مند به بررسی و تحلیل دیگر تبیین‌های احتمالی پرداخت تا از برتری منطقی و روایی فرضیات تأییدشده اطمینان حاصل کند. به‌منظور افزایش «پایایی» و «روایی محتوایی»، دو داور متخصص نیز بخشی از مصاحبه‌ها را کدگذاری مجدد کردند و سپس تمامی کدهای استخراج‌شده توسط گروهی از پنج متخصص به‌طور مستقل بررسی و تأیید شد. «چندسویه‌سازی» (مثلث‌سازی) به‌عنوان راهبردی برای تضمین «روایی همگرا» و عمق‌بخشی به داده‌ها اجرا گردید؛ بدین صورت که اطلاعات حاصل از سه منبع متفاوت (مصاحبه‌های عمیق، بررسی اسناد و مدارک موجود، و مدل‌های نظری مرتبط) با یکدیگر مقایسه و تلفیق شدند (بازرگان، ۱۳۹۶). همچنین، برای تقویت «اعتبار درونی» و کسب درکی عمیق‌تر از پدیده مورد مطالعه، پژوهشگر خود را در «درگیری طولانی‌مدت» با خبرگان و مسئله پژوهش قرار داد. سرانجام، برای سنجش «روایی بیرونی» و کاربست‌پذیری مدل، دو ملاک کلیدی مدنظر قرار گرفت: نخست، بررسی «کارآمدی» مدل از نظر مفید بودن در پرورش تفکر ریاضی، و دوم، ارزیابی «قابلیت توضیح‌دهندگی» نظریه تدوین‌شده که طی آن، نقش و نسبت هر یک از مقوله‌ها و زیرمقوله‌ها به‌صورت عملی و مستند تبیین شد.

میدان پژوهش شامل اسناد علمی مکتوب (مقالات، کتاب‌ها، پژوهش‌ها و غیره) و خبرگان یعنی متخصصان علوم ریاضی، برنامه درسی ابتدای، برنامه ریزان درس ریاضی، آموزگاران دوره دوم ابتدایی و اساتید آموزش ریاضی و آموزش ابتدایی در دانشگاه‌ها که در برنامه ریزی درس و آموزش ابتدایی و آموزش ریاضی فعالیت‌های پژوهشی دارند بود. حجم آن نامشخص است. روش نمونه گیری هدفمند و نظری بود به این‌صورت که

[1] constructing
[2] open coding
[3] - axial coding
[4] selective coding

ابتدا افرادی که حدس زده می‌شود اطلاعات و دانش مناسبی در زمینه تحقیق مورد نظر دارند انتخاب می‌شوند، و پس از مصاحبه و کدگذاری و تحلیل مصاحبه‌ها خبرگان بعدی که حدس زده می‌شود در زمینه تکمیل مقوله‌ها دانش و اطلاعات مناسبی دارند انتخاب شد و این فرایند تا اشباع نظری (تکمیل مقوله‌ها و زمقوله‌ها) ادامه پیدا کرد. و ملاک انتخاب آنها بدین شرح است: ۱-در دسترس بودن ۲-دارای مدرک دکتری در رشته برنامه ریزی درسی، آموزش ریاضی، و آموزش ابتدایی و مدرس یکی از دانشگاه‌ها در زمینه برنامه ریزی درسی، آموزش ریاضی یا آموزش ابتدایی، ۳- آموزگاران با سابقه حداقل ۱۰ سال آموزش در دوره ابتدایی ۴- دبیران برجسته و با سابقه ریاضی دوره متوسطه اول و دوم

در پژوهش حاضر، ابتدا هدف پژوهشگر دستیابی به کدهای باز بوده و نمونه‌گیری بدون محدودیت تا زمان شکل‌گیری مقوله‌ها ادامه یافت. با شکل‌گیری مقوله‌های اولیه، پژوهشگر جهت تکمیل و توصیف دقیق آنها، نمونه‌گیری را ادامه داده و زمانی که مقوله‌ها اشباع شد، کار نمونه‌گیری نیز به اتمام رسید. به عبارت دیگر، منطق نمونه‌گیری در مراحل پایانی، تکمیل مقوله‌ها بوده است. در نمونه‌گیری نظری، زمانی که سیستم مقوله‌ها یا به اصطلاح "نظریه" اشباع شود، فرایند جمع‌آوری اطلاعات متوقف می‌شود. اشباع داده‌ها زمانی مشخص می‌شود که داده جدیدی از مصاحبه‌ها به‌دست نیاید (مکلئود، ۲۰۰۱). در توصیف دقیق‌تر، پژوهشگر با درنظر گرفتن اعتبار و قابلیت اطمینان داده‌ها، زمانی متوجّه اشباع داده‌ها شد که مقوله‌ها به‌طور کامل شکل گرفته و داده‌های جدید، کمکی به انسجام مقوله‌های قبلی و یا شکل‌گیری مقوله‌های جدید نمی‌کرد و در تعداد ۱۴ مصاحبه اشباع نظری حاصل شد. لیکن پژوهشگر به‌منظور اطمینان از اشباع داده‌ها به تعداد ۲ مصاحبه دیگر اقدام نمود. لذا تعداد مصاحبه شوندگان این تحقیق (حجم نمونه) ۱۶ نفر بوده است.

مصاحبه نیمه‌ساختار یافته، روشی است که در پژوهش حاضر مورد استفاده قرار گرفت. با توجه به پژوهش‌های اندک انجام شده در زمینه موضوع پژوهش حاضر، سؤالات اولیه مصاحبه بر پایه کارمیدانی مقدماتی به‌دست آمدند. به این صورت که پس از انجام سه مصاحبه مقدماتی، سؤالاتی استخراج شده و در مصاحبه اصلی اول مورد استفاده قرار گرفت. پس از تحلیل اولین مصاحبه، این سؤالات و مفاهیم جای خود را به مفاهیمی دادند که از داده‌ها استخراج شده بود و مبنای گردآوری داده‌ها در مرحله بعد شدند. فرایند مصاحبه و تحلیل اطلاعات تا رسیدن به نقطه اشباع نظری ادامه پیدا کرد؛ نقطه‌ای در جریان شکل گیری مقوله که تحلیل منجر به یافتن ویژگی جدید، ابعاد تازه و یا روابط جدید نمی‌شود (اشتراوس و کربین، ۱۹۹۸/ ۱۳۹۵). بدین ترتیب خبرگان علوم ریاضی، برنامه درسی ابتدای، برنامه ریزان درس ریاضی، آموزگاران دوره دوم ابتدایی و اساتید آموزش ریاضی و آموزش ابتدایی در دانشگاه‌ها که در برنامه‌ریزی درس و آموزش ابتدایی و آموزش ریاضی فعالیت‌های پژوهشی داشتند انتخاب شده و مورد مصاحبه قرار گرفتند. بدین منظور، پژوهشگر با مراجعه و یا تماس صوتی و تصویری با خبرگان ذکر شده که مایل به همکاری بودند، آنها را انتخاب کرده و در صورت کسب ملاک‌های ورود، وارد مطالعه می‌کرد.کدهایی که مورد تأیید اکثریت (سه نفر یا بیشتر) قرار نمی‌گرفت از

تحلیل‌ها حذف می‌شد. در نهایت مصاحبه‌ها زمانی به پایان رسید که اشباع نظری حاصل شد، یعنی کلیه مباحث مطرح شده از سوی شرکت‌کننده‌ها کاملاً تکراری بود و برای اطمینان بیشتر پس از رسیدن به اشباع نظری مصاحبه با ۲ نفر دیگر از شرکت‌کنندگان ادامه پیدا کرد.

یافته‌ها

فرآیند مصاحبه‌ها به‌صورت نیمه‌ساختاریافته طراحی شد و در طول مدت زمان پنج ماه (دی ماه ۱۴۰۳ تا اردیبهشت ۱۴۰۴) با مشارکت‌کنندگان انجام شد. هر مصاحبه بین ۳۰ تا ۶۰ دقیقه طول کشید و تا زمانی که اشباع نظری حاصل شد، ادامه یافت. تحلیل محتوا به‌عنوان روش اصلی برای پردازش داده‌ها استفاده شد که یک روش نظام‌مند برای تحلیل داده‌های کیفی است. در این روش، داده‌های متنی به‌طور سیستماتیک و با استفاده از کدگذاری‌ها و دسته‌بندی‌های مختلف، مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفتند. کدگذاری این تحقیق به‌صورت دستی و با استفاده از روش تجزیه‌وتحلیل کلایزی انجام شد که شامل ۷ مرحله بود: جمع‌آوری داده‌ها، کدگذاری اولیه، دسته‌بندی کدها، ایجاد مقوله‌ها، تحلیل مقوله‌ها، بررسی اشباع نظری، و استخراج مدل نهایی.

جدول ۲: مشخصات مصاحبه‌شوندگان

شماره مصاحبه‌شونده	جنس	میزان تحصیلات	تخصص
۱	مرد	فوق لیسانس	معلم ابتدایی
۲	مرد	دکتری	عضو هیأت علمی اموزش ریاضی
۳	زن	دکتری	عضو هیأت علمی برنامه ریزی درسی
۴	مرد	لیسانس	معلم ابتدایی
۵	زن	فوق لیسانس	معلم ابتدایی
۶	مرد	دکتری	دبیر ریاضی
۷	زن	دکتری	عضو هیأت علمی آموزش ابتدایی
۸	مرد	دکتری	معلم پژوهنده
۹	مرد	فوق لیسانس	دبیر ریاضی
۱۰	مرد	دکتری	عضو هیأت علمی آموزش ریاضی
۱۱	زن	دکتری	معلم پژوهنده
۱۲	مرد	فوق لیسانس	آموزگار ابتدایی
۱۳	زن	دکتری	عضو هیأت علمی آموزش ریاضی
۱۴	مرد	دکتری	عضو هیأت علمی علوم تربیتی
۱۵	زن	فوق لیسانس	مدرس ریاضی
۱۶	مرد	دکتری	عضو هیأت علمی گروه ریاضی

در خصوص اشباع نظری، با توجه به ۱۶ مصاحبه انجام‌شده، به این نتیجه رسیدیم که تمام کدهای اصلی و مقوله‌های مرتبط با پیش‌آیندها و پس‌آیندهای انگیزه خدمت عمومی به‌طور کامل شناسایی شده‌اند و هیچ مقوله جدیدی از داده‌ها استخراج نشد. برای ارزیابی دقیق‌تر، اشباع نظری

بر اساس تکرار کدها و عدم ظهور مقوله‌های جدید تعیین شد. در این پژوهش از دو شاخص برای ارزیابی پایایی و روایی استفاده شد: ۱) شاخص ثبات (پایایی بازآزمون) که با استفاده از آزمون‌های بازآزمون برای هر کد محاسبه شد و ۲) شاخص تکرارپذیری (پایایی بین دو کدگذار) که میزان توافق بین دو کدگذار را مورد ارزیابی قرار داد.

در این پژوهش برای افزایش روایی، سه راهبرد اصلی به کار گرفته شد: ۱) طراحی نظام‌مند ابزار گردآوری اطلاعات که شامل پرسش‌های دقیق و مرتبط با موضوع تحقیق بود، ۲) انتخاب مشارکت‌کنندگان از میان خبرگان با تجربه در زمینه انگیزه خدمت عمومی و ۳) زاویه‌بندی پژوهشگر، به‌طوری‌که تمامی داده‌های استخراج‌شده از مصاحبه‌ها به مشارکت‌کنندگان بازگشت داده شد تا نظرات خود را در خصوص صحت و تکمیل اطلاعات ارائه دهند. برای محاسبه پایایی، از شاخص ثبات (پایایی بازآزمون) و شاخص تکرارپذیری (پایایی بین دو کدگذار) استفاده شد که نتایج حاصل از این شاخص‌ها در جداول زیر ارائه شده است. این نتایج به‌طور کلی نشان‌دهنده اعتبار و دقت در کدگذاری داده‌ها و هم‌راستایی تحلیل‌های انجام‌شده است.

جدول ۳. محاسبه پایائی بازآزمون (شاخص ثبات)

ردیف	کد مصاحبه	تعداد کل کدها	تعداد توافقات	تعداد عدم توافقات	پایائی باز آزمون (٪)
۱	P۰۴	۳۸	۲۷	۱۱	۰/۷۲
۲	P۰۸	۴۶	۳۴	۱۲	۰/۷۴
۳	P۱۲	۲۷	۲۲	۵	۰/۸۲
۴	P۱۶	۵۴	۴۰	۱۴	۰/۷۶
کل		۱۶۵	۱۲۳	۴۲	۰/۷۵

جدول ۳ بیانگر میزان ثبات کدگذاری‌ها در بازآزمون است؛ یعنی سنجشی از اینکه اگر مجموعه‌ای از داده‌های یک مصاحبه دوباره و در زمانی دیگر کدگذاری شود، تا چه اندازه نتایج مشابه خواهند بود. بررسی چهار مصاحبه انتخاب‌شده برای بازآزمون نشان می‌دهد که میزان توافق میان دو نوبت کدگذاری، در محدوده قابل‌قبول پژوهش‌های کیفی قرار گرفته است. مصاحبه P۱۲ با پایایی ۸۲ درصد بالاترین مقدار ثبات را دارد و نشان می‌دهد که مفاهیم استخراج‌شده از این مصاحبه از وضوح و انسجام معناداری برخوردار بوده‌اند. سایر مصاحبه‌ها نیز با پایایی بین ۷۲ تا ۷۶ درصد در سطح مطلوب قرار گرفته‌اند و این دامنه نشان می‌دهد که ساختار تحلیل داده‌ها به‌گونه‌ای بوده که تغییر زمان یا شرایط تحلیل باعث نوسان در نتایج نشده است. در مجموع، از میان ۱۶۵ کد بررسی‌شده، تعداد ۱۲۳ توافق و تنها ۴۲ عدم توافق ثبت شده است که پایایی کلی ۷۵ درصد را ایجاد می‌کند؛ عددی که در استانداردهای روش تحقیق کیفی نشان‌دهنده ثبات مناسب و دقت قابل قبول در فرآیند تحلیل محتواست. به طور کلی، این

جدول تأیید می‌کند که کدگذاری بر اساس گام‌های هفت‌مرحله‌ای روش کلایزی با انسجام و سازگاری کافی انجام شده و یافته‌ها از پایداری مفهومی برخوردارند.

جدول ۴. محاسبه پایائی بین کدگذاران (شاخص تکرار)

ردیف	کد مصاحبه	تعداد کل کدها	تعداد توافقات	تعداد عدم توافقات	پایائی بین دو کدگذار (٪)
۱	P۰۲	۵۲	۴۱	۱۱	۰/۷۹
۲	P۰۴	۴۰	۳۲	۸	۰/۸۰
۳	P۰۶	۳۴	۲۴	۱۰	۰/۷۱
۴	P۰۷	۶۳	۴۸	۱۵	۰/۷۶
۵	P۱۰	۳۰	۲۴	۶	۰/۸۰
۶	P۱۲	۲۸	۲۲	۶	۰/۷۹
۷	P۱۴	۵۴	۴۲	۱۲	۰/۷۸
۸	P۱۵	۳۵	۲۷	۸	۰/۷۷
کل		۳۳۶	۲۶۰	۷۶	۰/۷۷

جدول ۴ میزان تکرارپذیری کدگذاری را بر اساس توافق میان دو کدگذار مستقل نشان می‌دهد؛ معیاری بنیادی برای اطمینان از اینکه تحلیل داده‌ها صرفاً حاصل برداشت شخصی یک پژوهشگر نیست و از تعریف‌های مشترک، چارچوب مفهومی واحد و دستورالعمل کدگذاری مشخص پیروی می‌کند. نتایج هشت مصاحبه بررسی‌شده نشان می‌دهد که توافق میان کدگذاران بین ۷۱ تا ۸۰ درصد در نوسان است؛ دامنه‌ای که در مبانی نظری پژوهش کیفی به‌عنوان "مطلوب و قابل استناد" شناخته می‌شود. بیشترین میزان پایایی مربوط به مصاحبه‌های P۰۴ و P۱۰ با مقدار ۸۰ درصد است که بیانگر انسجام ساختار بیانی و وضوح مفاهیم در این مصاحبه‌هاست. پایین‌ترین مقدار توافق یعنی ۷۱ درصد نیز متعلق به مصاحبه P۰۶ است، اما همچنان نشان‌دهنده پایایی قابل قبول است. در مجموع، از میان ۳۳۶ کد تحلیل‌شده، تعداد ۲۶۰ توافق و تنها ۷۶ عدم توافق میان دو تحلیل‌گر ثبت شده است. پایایی کلی ۷۷ درصد که از این مجموعه استخراج شده، تأکیدی بر معتبر بودن فرآیند کدگذاری، تعریف دقیق مقوله‌ها و هم‌خوانی برداشت دو ارزیاب از داده‌هاست. این سطح از تکرارپذیری بیانگر آن است که مدل استخراج‌شده از مصاحبه‌ها، مبتنی بر ساختار تحلیلی شفاف و قابل بازتولید است و از اتکاپذیری علمی لازم برای استفاده در پژوهش برخوردار است.

هدف این بخش تشریح راهبردها و اقدامات است. این راهبردها و اقدامات در واقع طرح‌ها و کنش‌هایی است که باید نظام اموزشی برای پرورش تفکر ریاضی در دانش‌آموزان ابتدایی به کار بندند. در زیر مفاهیم و مقوله‌های مرتبط با این بعد از مدل ارائه شده است که شامل شامل آموزش مسئله‌محور (مسائل چندمرحله‌ای، مسائل چندپاسخی، مسائل غیرروتین، ارتباط با زندگی واقعی، تأکید بر فرآیند)؛ فعال‌سازی تفکر استدلالی (ارائه توجیه، استدلال استقرایی، استدلال قیاسی، نقد استدلال دیگران، اثبات ساده)؛ گفت‌وگوی ریاضی هدایت‌شده (فرهنگ پرسشگری، گوش دادن

فعال، بیان واضح افکار، بحث‌های کلاسی ساختاریافته)؛ استفاده از بازنمایی‌های چندگانه (بازنمایی فیزیکی ـ تصویری، بازنمایی کلام، بازنمایی نمادین، ارتباط بین بازنمایی‌ها)؛ پرسش‌گری راهبردی معلم (پرسش‌های سلسله‌مراتبی، پرسش‌های باز، پرسش‌های فرآیندمحور، پرسش‌های توضیح‌طلب)؛ پیشبرد یادگیری مبتنی بر خطا (عادی‌سازی اشتباه، تحلیل خطاها، فرصت بازاندیشی)؛ طراحی موقعیت‌های یادگیری باز (فعالیت‌های بازپاسخ، پروژه‌های تحقیقی، طرح مسئله توسط دانش‌آموز) و الگوسازی حل مسئله توسط معلم (شفافیت فرآیند تفکر، مدیریت بن‌بست فکری، نمایش پشتکار فکری) است. همان‌طور که در جدول ۵ مشاهده می‌گردد، کدهای نهایی تحت راهبردها به ۸ مقوله و ۳۴ زیرمقوله طبقه‌بندی شدند.

جدول ۵. مفاهیم و مقوله‌های شناسایی شده مرتبط با راهبردهای پرورش تفکر ریاضی در دانش‌آموزان ابتدایی

مقوله	زیرمقوله	کدهای اولیه	نمونه متن مصاحبه
آموزش مسئله‌محور	مسائل چندمرحله‌ای	تجزیه مسئله به مراحل	"در طراحی مسائل چندمرحله‌ای، دانش‌آموز باید بیاموزد چگونه مسئله را به گام‌های کوچکتر تقسیم و مدیریت کند." / "تجزیه ساختار مسئله به مراحل مجزا، مهارتی کلیدی در تربیت تفکر تحلیلی است که باید به صورت هدفمند آموزش داده شود."
		توالی منطقی راه‌حل	"تأکید بر رعایت توالی منطقی در مراحل حل، یکی از روش‌هایی است که به نظم ذهنی و انسجام تفکر دانش‌آموز کمک می‌کند." / "دانش‌آموز باید درک کند که حل مسئله یک جریان خطی یا ساختارمند دارد و هر گام پیش‌نیاز گام بعدی است."
		شناسایی اطلاعات پنهان	"در بسیاری از مسائل مفهومی، بخشی از داده‌ها در متن پنهان است و تشخیص آن نیازمند تحلیل دقیق متن مسئله است." / "دانش‌آموز باید بتواند از دل مسئله، داده‌های کلیدی و ضروری را تشخیص و استخراج کند."
	مسائل چندپاسخی	پاسخ‌های متنوع	"ارائه مسائل چندپاسخی باعث می‌شود دانش‌آموز درک کند که گاهی یک مسئله می‌تواند پاسخ‌های متنوعی داشته باشد." / "در این نوع مسائل، کیفیت استدلال مهم‌تر از رسیدن به پاسخ خاص است."
		مسیرهای حل متفاوت	"لازم است دانش‌آموز بداند که در ریاضیات تنها یک مسیر حل وجود ندارد؛ بلکه باید قدرت آزمون و انتخاب مسیرهای مختلف را تمرین کند." / "تعدد مسیرهای حل در مسائل، دانش‌آموز را به تفکر انعطاف‌پذیر سوق می‌دهد."
		پذیرش تنوع پاسخ	"در آموزش تفکر ریاضی باید به دانش‌آموز آموخت که اگر پاسخ‌های متفاوتی منطقی و مستدل باشند، همگی می‌توانند پذیرفتنی باشند." / "پذیرش پاسخ‌های متنوع، گامی است در جهت تقویت اعتماد به نفس و خلاقیت ریاضی."
	مسائل غیرروتین	ناشناختگی ساختار مسئله	"مسائلی که ساختار آن‌ها برای دانش‌آموز آشنا نیست، فرصت مناسبی برای رشد مهارت حل مسئله و خروج از الگوهای ذهنی تکراری فراهم می‌کنند." / "معلم باید آگاهانه از مسائل غیراستاندارد برای برانگیختن تفکر خلاق استفاده کند."
		یافتن الگوی جدید	"در برخورد با مسائل غیرروتین، دانش‌آموز باید توانایی کشف الگوهای جدید را تمرین کند، نه صرفاً دنبال الگوهای آموخته‌شده بگردد." / "ایجاد فرصت برای ساخت الگو توسط خود دانش‌آموز، یکی از اهداف راهبردهای نوین آموزش ریاضی است."
		کاربرد راهبردهای ابداعی	"دانش‌آموز باید یاد بگیرد راهبردهایی بسازد که خودش طراحی کرده، نه صرفاً از راه‌حل‌های حفظ‌شده پیروی کند." / "در مواجهه با موقعیت‌های مسئله‌محور جدید، خلق راهبرد یکی از نشانه‌های درک عمیق و انعطاف فکری است."
آموزش مسئله‌محور	ارتباط با زندگی واقعی	مسائل روزمره	"استفاده از مسائل مالی یا مرتبط با خرید در فعالیت‌های ریاضی، پیوند دانش با زندگی را برای دانش‌آموز ملموس می‌کند." / "در طراحی مسئله، استفاده از موقعیت‌های روزمره موجب درونی‌سازی مفاهیم ریاضی می‌شود."

		ریاضی در موقعیت واقعی	"استفاده از موقعیت‌های واقعی مانند زمان‌بندی، اندازه‌گیری یا بودجه‌بندی در آموزش ریاضی، به کاربردپذیری آن معنا می‌بخشد." / "ریاضیات باید از کلاس درس به فضای زندگی کودک منتقل شود تا یادگیری آن پایدار گردد."
		ارتباط با تجربه زیسته	"هنگامی که دانش‌آموز مسئله‌ای را بر اساس تجربه شخصی‌اش حل می‌کند، درگیری شناختی و هیجانی بیشتری با مفهوم پیدا می‌کند." / "استفاده از تجربه‌های زیسته دانش‌آموز در طراحی مسئله، روشی اثربخش در آموزش تفکر ریاضی است."
	تأکید بر فرآیند	شرح مراحل حل	"در ارزیابی تفکر ریاضی، ثبت و شرح مراحل حل مسئله بسیار مهم‌تر از رسیدن به جواب نهایی است." / "هدف، تمرکز بر مسیر تفکر دانش‌آموز است تا محصول آن."
		تحلیل استدلال‌ها	"معلم باید از دانش‌آموز بخواهد استدلالش را توضیح دهد تا قدرت تحلیل او را بسنجد." / "تحلیل مسیر حل توسط خود دانش‌آموز نشان‌دهنده درک عمیق و خودآگاهی ریاضی است."
		تمرکز بر نحوه رسیدن به پاسخ	"تربیت تفکر ریاضی، زمانی محقق می‌شود که به‌جای تمرکز بر جواب، بر فرآیند رسیدن به آن تأکید شود." / "وقتی از دانش‌آموز خواسته می‌شود مسیر حل خود را بازگو کند، تفکرش ساخت‌یافته‌تر می‌شود."
فعال‌سازی تفکر استدلالی	ارائه توجیه	بیان دلیل انتخاب روش	"ما از دانش‌آموز می‌خواهیم هنگام ارائه راه‌حل، دلیل انتخاب روش خود را توضیح دهد، تا فرآیند تفکر او نمایان شود." / "توجیه انتخاب روش نه‌تنها نشان‌دهنده‌ی درک مفاهیم است، بلکه به تقویت مهارت‌های کلامی و تحلیلی دانش‌آموز نیز کمک می‌کند."
		توجیه درستی پاسخ	"در کلاس، پاسخ درست زمانی پذیرفته می‌شود که با استدلال معتبر همراه باشد؛ صرفاً ارائه عدد نهایی کافی نیست." / "هدف ما آن است که دانش‌آموز قدرت دفاع از درستی پاسخ خود را بر پایه مبانی منطقی داشته باشد."
		دفاع از راه‌حل خود	"یکی از مولفه‌های کلیدی آموزش استدلال، توانایی دانش‌آموز در دفاع از راه‌حل خود حتی در مواجهه با پاسخ متفاوت است." / "ما به دنبال آن هستیم که دانش‌آموز بتواند به‌صورت استدلالی و مستدل از فرآیند حل خود پشتیبانی کند."
		مقایسه با پاسخ‌های دیگران	"مقایسه راه‌حل‌ها در کلاس فرصتی است برای تحلیل رویکردهای مختلف و بررسی نقاط قوت و ضعف هرکدام." / "این فرآیند موجب می‌شود دانش‌آموزان علاوه بر یادگیری محتوا، مهارت نقد و تحلیل استدلال‌های دیگران را نیز بیاموزند."
	استدلال استقرایی	تعمیم از مثال	"در فرآیند آموزش استدلال استقرایی، ارائه مثال‌های متوالی به دانش‌آموز کمک می‌کند تا به کشف و تدوین یک قاعده عمومی برسد." / "یکی از روش‌های مؤثر، استفاده از نمونه‌های متعدد برای هدایت دانش‌آموز به سمت تعمیم و استنتاج مفاهیم پایه است."
		کشف الگو	"کشف الگو از میان داده‌های عددی یا تصویری، مهارتی کلیدی برای تقویت قدرت مشاهده و تبیین روابط عددی در ریاضی است." / "در طراحی فعالیت‌ها، تمرین‌هایی گنجانده می‌شود که دانش‌آموز را به شناسایی الگوهای ضمنی سوق می‌دهد."
		پیش‌بینی براساس الگو	"از دانش‌آموز انتظار می‌رود پس از تشخیص الگو، توانایی پیش‌بینی عناصر بعدی را داشته باشد؛ این مهارت، بنیانی برای تفکر الگویی است." / "پیش‌بینی بر اساس الگو، درک ساختاری از ریاضی را تقویت کرده و به فهم روندها کمک می‌کند."
		تحلیل روند	"توان تحلیل روندهای عددی، گامی مؤثر برای درک ساختارهای پنهان و انتقال از مشاهده به قاعده است." / "تحلیل روند، مقدمه‌ای برای ورود به درک توالی، دنباله‌ها و فرمول‌سازی در مراحل بالاتر آموزش است."
	استدلال قیاسی	استنتاج از قاعده	"در آموزش استدلال قیاسی، تمرین‌هایی طراحی می‌شود که دانش‌آموز یک قانون کلی را بر مصادیق جزئی اعمال کند." / "انتقال از قانون به کاربرد، یکی از جنبه‌های مهم پرورش تفکر منطقی است که باید در سطوح ابتدایی به‌درستی پایه‌گذاری شود."

		استفاده از "اگر...آنگاه"	"عبارت‌های شرطی مانند "اگر... آنگاه..." به عنوان چارچوب فکری برای هدایت دانش‌آموز به سمت استدلال منطقی و استنتاج سازمان‌یافته به‌کار می‌روند." / "تقویت زبان استدلالی از طریق آموزش ساختارهای شرطی، درک قیاس را تسهیل می‌کند."
		کاربرد تعاریف ریاضی	"در تحلیل مسائل قیاسی، تأکید بر درک دقیق تعاریف ریاضی ضروری است تا استدلال‌ها بر پایه‌های مفهومی معتبر استوار باشند." / "دانش‌آموز باید بیاموزد که تعاریف، مبنای استدلال هستند و بدون درک دقیق آن‌ها، تحلیل درستی شکل نمی‌گیرد."
		اثبات از طریق مثال نقض	"معرفی مفهوم "مثال نقض" به عنوان ابزاری برای رد فرضیات نادرست، در تقویت تفکر انتقادی و دقیق مؤثر است." / "این روش به دانش‌آموز نشان می‌دهد که تنها با ارائه یک ضد مثال، می‌توان اعتبار یک قاعده ظاهری را به چالش کشید."
فعال‌سازی تفکر استدلالی	نقد استدلال دیگران	بررسی اعتبار راه‌حل	"ما در طراحی آموزش تلاش می‌کنیم دانش‌آموز صرفاً پذیرنده پاسخ نباشد، بلکه به تحلیل منطقی آن بپردازد و اعتبار راه‌حل را ارزیابی کند." / "یکی از اهداف کلیدی ما این است که دانش‌آموز بیاموزد پاسخ‌ها را بررسی کند، نه صرفاً بپذیرد."
		کشف خطای منطقی	"در برنامه‌ریزی درسی، فضایی برای تحلیل خطاهای احتمالی در فرآیند حل ایجاد می‌کنیم تا دانش‌آموز بتواند خطاهای منطقی را شناسایی کند." / "با تمرکز بر تحلیل مراحل، امکان کشف نقاط ضعف در زنجیره استدلال فراهم می‌شود."
		گفت‌وگوی انتقادی	"ایجاد فرصت برای بحث‌های گروهی با محوریت نقد استدلال‌ها، باعث رشد تفکر انتقادی و ارتقای سطح تحلیل در کلاس ریاضی می‌شود." / "بحث‌های تحلیلی بین دانش‌آموزان درباره راه‌حل‌ها، فضای مناسبی برای پرورش دیدگاه‌های استدلالی متنوع فراهم می‌سازد."
		پذیرش نقد سازنده	"فرهنگ بازخوردپذیری در کلاس ریاضی به دانش‌آموزان می‌آموزد که نقد، فرصتی برای یادگیری و رشد است." / "پذیرش نقد از سوی همسالان یا معلم، یکی از مولفه‌های مهم برای ارتقاء استدلال و بازاندیشی در یادگیری است."
	اثبات ساده	استفاده از الگو برای اثبات	"یکی از روش‌های ساده و در عین حال مؤثر در آموزش اثبات، استفاده از الگوهای عددی یا هندسی تکرارشونده برای درک پایداری یک قاعده است." / "در مراحل اولیه، تکرار مشاهده‌شده در الگوها ابزاری مفید برای نشان دادن اعتبار قوانین ریاضی است."
		استفاده از تصویر و نمودار	"تصویرسازی و نمودارسازی به دانش‌آموز کمک می‌کند به درک شهودی از مفاهیم و اثبات‌های ساده برسد." / "در روش تدریس ما، استفاده از بازنمایی‌های بصری ابزاری برای درک ساختار اثبات است."
		تعمیم از موارد خاص	"بررسی چند نمونه خاص و هدایت دانش‌آموز به سوی تدوین یک قاعده کلی، مدلی ابتدایی از استدلال اثباتی محسوب می‌شود." / "این رویکرد به دانش‌آموز اجازه می‌دهد رابطه‌ای را در موقعیت‌های مشابه شناسایی کرده و آن را تعمیم دهد."
		استفاده از زبان منطقی	"یکی از شاخص‌های پرورش تفکر استدلالی، آموزش واژگان و عبارات منطقی نظیر "بنابراین"، "در نتیجه"، و "اگر...آنگاه" است." / "زبان منطقی ساختار ذهنی دانش‌آموز را نظم می‌دهد و چارچوبی برای بیان دقیق استدلال‌ها فراهم می‌کند."
گفت‌وگوی ریاضی هدایت‌شده	فرهنگ پرسشگری	طرح سوال دانش‌آموزی	"در طراحی یادگیری ریاضی، آموزش پرسش‌گری به دانش‌آموزان به‌عنوان مهارتی مهم‌تر از پاسخ‌دهی تلقی می‌شود، زیرا تفکر از دل سؤال آغاز می‌شود." / "تربیت دانش‌آموز پرسشگر، راهبردی کلیدی در پرورش تفکر ریاضی است و نشانگر درگیری شناختی عمیق‌تری است."
		تشویق به ابهام‌زدایی	"از منظر یاددهی–یادگیری، مربی باید فضا و اعتماد لازم را برای پرسیدن در زمان ابهام ایجاد کند؛ این فرآیند نشانه رشد تفکر انتقادی است." / "پرسیدن سؤال برای روشن‌سازی مفاهیم نشانه ورود فعال دانش‌آموز به فرایند یادگیری و تعامل با محتوای ریاضی است."

		هدایت با سوال معلم	"پرسش‌های معلم باید نقش هدایتی داشته باشند، نه ارزیابانه؛ تا مسیر تفکر دانش‌آموز شکل بگیرد نه اینکه صرفاً سنجیده شود." / "پرسش هدفمند معلم می‌تواند مسیر حل مسئله را برای دانش‌آموز باز کند، بدون آن‌که پاسخ را مستقیم ارائه دهد."
	گوش دادن فعال	واکنش به ایده دیگران	"در فضای آموزش ریاضی، گوش دادن فعال به هم‌کلاسی و تعامل با ایده‌های او، موجب گسترش زاویه‌های دید و پرورش مهارت استدلال می‌شود." / "تشویق دانش‌آموزان به توجه و واکنش به افکار دیگران، بخشی از رشد مشارکت شناختی در کلاس است."
		یادداشت‌برداری از پاسخ‌ها	"یادداشت پاسخ‌ها یا راه‌حل‌های هم‌کلاسی‌ها، ابزاری برای بررسی تفاوت دیدگاه‌ها و تعمیق تحلیل است." / "این رویکرد، به دانش‌آموز اجازه می‌دهد به شیوه‌های مختلف حل مسئله بازاندیشی کند."
		تمرکز بر درک گفته‌ها	"تأکید بر درک دقیق گفته‌های دیگران، گامی مؤثر در پرورش مهارت‌های تحلیلی و بازسازی استدلال است." / "دانش‌آموز باید بتواند محتوای شنیده‌شده را بازگو کند، که این خود یک نشانه یادگیری فعال و عمیق است."
	بیان واضح افکار	استفاده از واژگان دقیق	"آموزش واژگان و مفاهیم تخصصی ریاضی به دانش‌آموزان، برای بیان دقیق‌تر تفکر و استدلال ضروری است." / "دانش‌آموزی که از واژگان ریاضی به درستی استفاده می‌کند، درک ساختاریافته‌تری از مفاهیم دارد."
		ساختاردهی گفتار	"آموزش نحوه بیان مرحله‌به‌مرحله افکار، به شفافیت ذهنی دانش‌آموز و توان تحلیل مخاطب کمک می‌کند." / "در برنامه‌ریزی درسی، ساختار منطقی در گفتار ریاضی یکی از شاخص‌های توسعه تفکر تحلیلی محسوب می‌شود."
		تمرین بیان دلایل	"تأکید بر توضیح چرایی راه‌حل‌ها، یکی از راهبردهای اصلی در تقویت مهارت استدلال شفاهی در کلاس‌های ریاضی است." / "تمرین منظم در بیان دلایل، به دانش‌آموزان کمک می‌کند درک خود را از سطح شهودی به سطح تحلیلی ارتقا دهند."
گفت‌وگوی ریاضی هدایت‌شده	بحث‌های کلاسی ساختاریافته	زمان مشخص بحث	"تخصیص زمان مشخص برای مشارکت منظم همه‌ی دانش‌آموزان، نقش مهمی در شکل‌دهی به گفت‌وگوی اثربخش کلاسی دارد." / "ساختاردهی زمانی به مشارکت‌ها، عدالت در فرصت بیان را تضمین کرده و اعتماد به نفس فراگیران را تقویت می‌کند."
		نقش تسهیل‌گر معلم	"معلم در گفت‌وگوهای ریاضی نقش تسهیل‌گر دارد؛ او به جای ارائه پاسخ، تفکر دانش‌آموزان را هدایت می‌کند." / "رویکرد غیرمداخله‌گرایانه معلم در بحث‌ها، فرصت پرورش تفکر خودراهبرانه را برای دانش‌آموز فراهم می‌سازد."
		پاسخ به‌جای تصحیح	"بازخوردهای معلم در قالب پرسش، فرصتی برای کشف خودتصحیحی و تقویت مهارت بازاندیشی فراهم می‌آورد." / "ارائه پاسخ مستقیم، مسیر رشد شناختی را مسدود می‌کند؛ در مقابل، پرسشگر بودن معلم باعث خوداصلاحی یادگیرنده می‌شود."
استفاده از بازنمایی‌های چندگانه	بازنمایی دیداری	استفاده از نمودار	"به‌کارگیری نمودارهای دیداری مانند نمودار ستونی یا خطی به دانش‌آموز کمک می‌کند ساختار عددی و روابط بین داده‌ها را بهتر پردازش کند." / "در تدریس مفاهیم انتزاعی ریاضی، نمودارها نقش پل ارتباطی بین مفهوم و ذهن ایفا می‌کنند."
		نقاشی موقعیت مسئله	"تشویق دانش‌آموز به ترسیم موقعیت مسئله، فرایند درک صورت مسئله و شناسایی عناصر کلیدی آن را تسهیل می‌کند." / "بازنمایی بصری از موقعیت ریاضی، باعث افزایش وضوح ذهنی و مشارکت فعال در تحلیل مسئله می‌شود."
		مدل‌سازی با اشیاء	"ابزارهای ملموس مانند چینه و کارت‌های عددی در فهم مفاهیم پایه، نقش تسهیل‌گر دارند و به درک عمیق‌تری منجر می‌شوند." / "کاربست اشیاء، به‌ویژه در مراحل آغازین آموزش ریاضی، ذهن دانش‌آموز را از سطح عینی به سطح نمادین هدایت می‌کند."
	بازنمایی عددی	استفاده از جدول	"جداول عددی، ابزار قدرتمندی برای سازمان‌دهی داده‌ها، کشف الگو و درک روابط بین مقادیر هستند." / "با استفاده از جدول، دانش‌آموزان قادرند روابط عددی را به‌صورت منظم و قابل تحلیل مشاهده کنند."

		کار با خط اعداد	"خط عدد به عنوان یک بازنمایی خطی، درک فاصله بین اعداد و عملیات مانند جمع و تفریق را تسهیل می‌کند." / "در آموزش مفهوم قدر مطلق یا مقایسه عددی، خط عدد ابزار مؤثری برای تصویرسازی است."
		نمادهای جای‌گزین	"استفاده از نمادهای جایگزین به دانش‌آموزان کمک می‌کند مفهوم متغیر را تجربه کرده و وارد حوزه الگوها و تعمیم شوند." / "کار با حروف و علامت‌ها، زمینه‌ساز درک مقدماتی از جبر و تفکر انتزاعی است."
	بازنمایی نمادین	آموزش فرمول با تصویر	"ارائه فرمول در کنار تصویر، موجب معنادار شدن نمادها و کاهش حافظه‌محوری می‌شود." / "نمایش تصویری فرمول، تفکر دانش‌آموز را از حفظ فرمول به درک ساختار سوق می‌دهد."
		نوشتن عدد به زبان ریاضی	"دانش‌آموز با تمرین نوشتن عدد به‌صورت نمادین، با زبان رسمی ریاضی آشنا می‌شود که برای تفکر ریاضی ضروری است." / "کاربست علائم ریاضی، راهی برای بازنمایی دقیق و خلاصه تفکر عددی است."
		تبدیل بین شکل و نماد	"قابلیت تبدیل بازنمایی تصویری به فرمول یا معادله، از نشانه‌های رشد تفکر جبری در دوره ابتدایی است." / "در آموزش مؤثر ریاضی، تقویت ترجمه بین بازنمایی‌ها از اهمیت بالایی برخوردار است."
استفاده از بازنمایی‌های چندگانه	بازنمایی کلامی	توصیف مرحله‌ای حل مسئله	"توضیح کلامی مراحل حل، هم به معلم و هم به دانش‌آموز اجازه می‌دهد ساختار فکری پشت پاسخ را بررسی کنند." / "بیان کلامی راه‌حل، موجب تثبیت مسیر ذهنی و شفاف‌سازی گام‌ها در ذهن یادگیرنده می‌شود."
		داستان‌سازی عددی	"ایجاد موقعیت داستانی برای عددها، درک زمینه‌ای و واقعی‌تری از مفاهیم عددی ایجاد می‌کند." / "این رویکرد باعث معنابخشی به عددها و پیوند آن‌ها با تجربه زیسته می‌شود."
		توصیف رابطه‌ها با کلام	"تبیین کلامی ارتباط بین داده‌ها، نشان از فهم درونی و قدرت تحلیل روابط ریاضی دارد." / "استفاده از زبان طبیعی برای بیان رابطه‌ها، به‌ویژه در سطوح پایین‌تر، موجب ارتقاء تفکر تحلیلی می‌شود."
	تبدیل بین بازنمایی‌ها	از شکل به عدد	"تبدیل بازنمایی بصری به عدد، گامی کلیدی در گذار از شهود به محاسبه است." / "دانش‌آموز با این تمرین، نحوه مدل‌سازی عددی یک موقعیت را می‌آموزد."
		از کلام به نمودار	"تبدیل توصیف‌های زبانی به نمودار، ابزار مهمی در تسهیل فهم مفاهیم انتزاعی و داده‌های ترکیبی است." / "این فرآیند به درک چندوجهی مسئله کمک می‌کند."
		از عدد به داستان	"بازسازی مفاهیم عددی در قالب داستان، درک عمیق‌تری از کاربرد آن‌ها در زندگی واقعی فراهم می‌کند." / "این رویکرد، انتقال مفاهیم ریاضی به زمینه‌های زندگی روزمره را تقویت می‌کند."
پرسش‌گری راهبردی معلم	پرسش‌های سلسله‌مراتبی	آغاز با پرسش ساده	"در طراحی آموزشی، پرسش‌گری را با سؤالات ساده و پایه‌ای آغاز می‌کنیم تا ذهن دانش‌آموز برای درگیر شدن با موضوع آماده شود." / "یک سؤال ساده در ابتدا، به ایجاد اعتمادبه‌نفس و زمینه‌سازی برای مفاهیم پیچیده‌تر کمک می‌کند."
		تدریجی‌سازی سطح دشواری	"سطح دشواری پرسش‌ها باید به صورت تدریجی و برنامه‌ریزی‌شده افزایش یابد تا دانش‌آموز بتواند گام‌به‌گام بر چالش‌های فکری غلبه کند." / "پرسش‌ها به گونه‌ای طراحی می‌شوند که مانند پلکانی، فراگیر را از سطوح ساده به سطوح تحلیل و ترکیب هدایت کنند."
		چالش‌برانگیزی پلکانی	"هدف از پرسش‌های مرحله‌ای، وادار کردن دانش‌آموز به تفکر عمیق‌تر و جست‌وجوی فعالانه برای راه‌حل است." / "با هر پرسش جدید، سطح چالش به گونه‌ای افزایش می‌یابد که دانش‌آموز را به مرز توانایی‌های شناختی خود می‌رساند."
		پشتیبانی تدریجی در پرسش	"سؤالات به گونه‌ای زنجیره‌وار طراحی می‌شوند که بدون دادن پاسخ مستقیم، مسیر تفکر را برای دانش‌آموز روشن کنند." / "این پرسش‌های راهنما، مانند داربست، فرآیند رسیدن به درک مفهومی را برای فراگیر تسهیل می‌کنند."

	پرسش‌های باز	بدون پاسخ درست مشخص	"ما از پرسش‌هایی استفاده می‌کنیم که پاسخ یکتا و از پیش تعیین‌شده ندارند و امکان ارائه چندین راه‌حل معتبر را فراهم می‌کنند." / "این نوع پرسش‌ها، تفکر چندبعدی و شناخت مسائل از زوایای مختلف را تقویت می‌کنند."
		پرسش‌های خلاقانه	"این پرسش‌ها به طور خاص برای برانگیختن خلاقیت و تشویق دانش‌آموزان به ارائه راه‌حل‌های بدیع و شخصی طراحی می‌شوند." / "هدف، پرورش توانایی تولید ایده و خلق روش‌های مختلف برای حل یک مسئله است."
		درگیری در پاسخ‌های گوناگون	"یک محیط یادگیری پویا ایجاد می‌کنیم که در آن تمامی پاسخ‌های متفاوت دانش‌آموزان مورد استقبال و بررسی قرار می‌گیرد." / "تأکید بر این است که فرآیند تفکر و استدلال، مهم‌تر از همگرایی به یک پاسخ واحد است."
		بی‌نیازی از قالب خاص	"در این پرسش‌ها، بر خلاف مسائل متداول، به کارگیری یک فرمول یا روش خاص شرط نیست؛ بلکه تبیین منطق و دلیل کافی برای پاسخ، ارجحیت دارد." / "ما به دنبال تقویت این باور هستیم که صحت یک راه‌حل، تنها به تبعیت از یک الگوی ثابت وابسته نیست."
پرسش‌گری راهبردی معلم	پرسش‌های فرآیندمحور	توجه به مراحل تفکر	"در اینجا، تمرکز اصلی پرسش‌ها بر وادار کردن دانش‌آموز به بازگویی و تشریح فرآیند ذهنی اوست، نه تنها دریافت پاسخ نهایی." / "ما می‌خواهیم دانش‌آموزان "چگونگی" رسیدن به جواب را توضیح دهند، نه اینکه صرفاً "چه" پاسخی را بیان کنند."
		تحلیل راه‌حل به‌جای نتیجه	"ارزشیابی ما بر تحلیل مسیر حل مسئله و کیفیت استدلال دانش‌آموز متمرکز است، حتی اگر پاسخ نهایی اشتباه باشد." / "هدف، ارزیابی مهارت‌های فرآیندی و شناختی است، نه دقت محاسباتی صرف."
		یادآوری گام‌به‌گام	"از پرسش‌هایی استفاده می‌کنیم که دانش‌آموز را به بازسازی و مرور فعالانه مراحل مختلف حل مسئله راهنمایی می‌کند." / "این کار به تثبیت یادگیری و درک توالی منطقی مراحل کمک شایانی می‌کند."
		تأکید بر چرایی راه‌حل	"پرسش کلیدی ما این است که "چرا این روش را انتخاب کردی؟" که دانش‌آموز را به توجیه و ارائه دلیل برای انتخاب‌هایش وادار می‌سازد." / "این پرسش، تفکر نقادانه و آگاهی فراشناختی را در مورد اعمال خود پرورش می‌دهد."
	پرسش‌های توضیح‌طلب	دعوت به توضیح شفاف	"ما همواره از دانش‌آموزان می‌خواهیم که استدلال و تفکر خود را به طور شفاف و ساختاریافته توضیح دهند." / "شرط اساسی درک عمیق، توانایی بیان آن به زبانی روشن و منطقی است."
		پرسش‌های مبتنی بر بازسازی	"این پرسش‌ها به گونه‌ای طراحی شده‌اند که دانش‌آموز را مجبور کنند مسئله را از منظر دیگری ببینند و راه‌حل خود را بازسازی کنند." / "هدف، تقویت انعطاف‌پذیری شناختی و درک چندوجهی از مفاهیم است."
		تبیین خطای مفهومی	"وقتی دانش‌آموزی اشتباه می‌کند، از او می‌پرسیم "فکر می‌کنی اشتباه در کجای فرآیندت رخ داده؟" تا خودش به شناسایی و تحلیل خطا بپردازد." / "این کار، تبدیل اشتباه به یک موقعیت یادگیری ارزشمند است."
		کشف دلایل انتخاب پاسخ	"پرسش‌هایی مانند "چه دلیلی داری که این پاسخ صحیح است؟" دانش‌آموز را به فراتر از حدس زدن سوق داده و او را به ارائه شواهد و استدلال وادار می‌کند." / "این روش، پایه‌های تفکر علمی و استدلال مبتنی بر شواهد را تقویت می‌کند."
پیشبرد یادگیری مبتنی بر خطا	عادی‌سازی اشتباه	پذیرش اشتباه در جمع کلاس	"ما در فضای کلاس، محیطی امن ایجاد می‌کنیم تا اشتباه به عنوان یک بخش طبیعی از فرآیند یادگیری دیده شده و موجب شرمساری نشود." / "هدف این است که خطا از یک تهدید به یک فرصت ارزشمند برای یادگیری جمعی تبدیل شود."
		بازگویی داوطلبانه خطا	"دانش‌آموزان را تشویق می‌کنیم تا داوطلبانه اشتباهات خود را بازگو کنند، چرا که این کار به درک جمعی از دلایل بروز خطا و تقویت خودآگاهی شناختی منجر می‌شود." / "به اشتراک‌گذاری خطاها، فرهنگ گفت‌وگوی علمی و انتقادی را در کلاس نهادینه می‌کند."

		عدم تنبیه در برابر اشتباه	"در نظام ارزشیابی ما، اشتباه به عنوان عاملی برای کسر نمره یا تنبیه در نظر گرفته نمی‌شود، بلکه معیار اصلی، پیشرفت در فرآیند تفکر و اصلاح خطاست." / "حذف ترس از مجازات، شرط لازم برای ریسک‌پذیری فکری و جسارت در ارائه راه‌حل‌های غیرمعمول است."
		الگوسازی معلم در مواجهه با خطا	"ما به عنوان معلم، عمداً و آگاهانه در مواقعی خطا می‌کنیم تا به صورت عینی مدلی از چگونگی پذیرش اشتباه، تحلیل و اصلاح آن را به نمایش بگذاریم." / "این الگوسازی فعال، به دانش‌آموزان نشان می‌دهد که هیچ کس، حتی معلم، از خطا مصون نیست و این موضوعی کاملاً عادی است."
	تحلیل خطاها	تمرکز بر منطق نادرست	"هنگام مواجهه با خطا، تمرکز اصلی ما بر شناسایی و واکاوی منطق نادرستی است که منجر به پاسخ اشتباه شده، نه صرفاً ارائه پاسخ درست." / "تا زمانی که دانش‌آموز علت مفهومی خطای خود را درنیابد، تصحیح پاسخ نهایی، یادگیری پایدار ایجاد نمی‌کند."
		مقایسه پاسخ درست و نادرست	"ما پاسخ‌های درست و نادرست را در کنار هم قرار می‌دهیم و از دانش‌آموزان می‌خواهیم تا تفاوت‌های بنیادین در استدلال و مراحل حل آن دو را شناسایی و تحلیل کنند." / "این مقایسه تطبیقی، درک عمیق‌تری از ساختار مسئله و منطق حل آن ایجاد می‌کند."
		بازسازی مسیر حل اشتباه	"از دانش‌آموز می‌خواهیم مسیر کامل فکری خود را بازگو کند تا نقطه دقیق انحراف از مسیر درست را شناسایی کنیم." / "این بازسازی، یک فرآیند فراشناختی ارزشمند است که به دانش‌آموز می‌آموزد چگونه بر تفکر خود نظارت کند."
		دسته‌بندی انواع خطاها	"ما به دانش‌آموزان می‌آموزیم که خطاها را دسته‌بندی کنند؛ خطاهای محاسباتی، مفهومی، استدلالی یا خوانشی، چرا که هرکدام راه حل اصلاحی متفاوتی می‌طلبد." / "این دسته‌بندی، مهارت تشخیص و عیب‌یابی هدفمند را در فراگیران تقویت می‌کند."
پیشبرد یادگیری مبتنی بر خطا	فرصت بازاندیشی	گفت‌وگوی جمعی پس از خطا	"پس از بروز یک خطای مشترک، جلسات بحث گروهی تشکیل می‌دهیم تا دانش‌آموزان به صورت جمعی به واکاوی و تحلیل آن خطا بپردازند." / "این گفت‌وگوهای ساختاریافته، درک چندوجهی از مسئله ایجاد کرده و یادگیری همیارانه را تقویت می‌کند."
		نوشتن درباره اشتباهات	"از دانش‌آموزان می‌خواهیم در یک "دفتر ثبت خطاها"، اشتباهات خود را به همراه تحلیل شخصی از دلیل وقوع آن مستند کنند." / "این عمل نوشتاری، فرآیند بازاندیشی را فورمولی کرده و به تثبیت یادگیری کمک شایانی می‌کند."
		بازطراحی مسئله اشتباه‌دار	"از دانش‌آموزان می‌خواهیم مسئله‌ای جدید طراحی کنند که عمداً دیگران را به دام همان خطای رایج بیندازد. این کار درک آنان را از عمق و ریشه خطا به سطحی بسیار بالاتر می‌برد." / "این فعالیت، خلاقانه‌ترین و مؤثرترین روش برای درک کامل یک خطا و چگونگی اجتناب از آن است."
		استفاده از خطا در تدریس آینده	"خطاهای رایج و معنادار دانش‌آموزان، به عنوان داده‌های ارزشمند برای طراحی سؤالات و سناریوهای آموزشی در آینده مورد استفاده قرار می‌گیرد." / "این کار به ما کمک می‌کند تدریس خود را بر اساس نیازهای واقعی و نقاط کور یادگیری دانش‌آموزان متمرکز کنیم."
طراحی موقعیت‌های یادگیری باز	فعالیت‌های بازپاسخ	پاسخ‌های متنوع ممکن	"ما موقعیت‌های یادگیری را طوری طراحی می‌کنیم که چندین راه‌حل معتبر و منطقی برای یک مسئله واحد وجود داشته باشد." / "هدف، عبور از تفکر همگرا و تقویت این باور است که اعتبار یک پاسخ به استدلال پشتیبان آن بستگی دارد، نه به تطابق با یک جواب ازپیش‌تعیین‌شده."
		نبود پاسخ قطعی	"در این قبیل فعالیت‌ها، عمداً از ارائه یک پاسخ قطعی و نهایی خودداری می‌کنیم تا فرآیند ارزیابی راه‌حل‌ها و قضاوت بر اساس شواهد را در دانش‌آموزان پرورش دهیم." / "این امر، دانش‌آموزان را وادار می‌کند تا معیارهای "کیفیت" یک راه‌حل را تعریف کرده و به جای جست‌وجوی پاسخ درست، به دنبال بهینه‌ترین پاسخ باشند."
		تحلیل مسیرهای حل مختلف	"ما تأکید اصلی را بر تحلیل و مقایسه مسیرهای مختلف تفکر قرار می‌دهیم تا دانش‌آموزان با نقاط قوت و ضعف استراتژی‌های گوناگون آشنا شوند." / "در اینجا، "چگونگی" رسیدن به پاسخ و توجیه آن، به مراتب از خود پاسخ نهایی مهم‌تر است."

	پروژه‌های تحقیقی	انتخاب موضوع توسط دانش‌آموز	"با دادن حق انتخاب موضوع پروژه، حس مالکیت، مسئولیت‌پذیری و انگیزه درونی دانش‌آموزان را برای یادگیری عمیق‌تر افزایش می‌دهیم." / "این انتخاب، یادگیری را به یک فعالیت شخصی‌شده تبدیل می‌کند که با علایق فردی دانش‌آموز پیوند خورده است."
		تحلیل داده‌های واقعی	"در پروژه‌ها، از دانش‌آموزان می‌خواهیم تا با داده‌های واقعی و خام کار کنند تا مهارت‌های تفسیر، تحلیل و نتیجه‌گیری مبتنی بر شواهد را در عمل تجربه کنند." / "این مواجهه، تفکر نقادانه و توانایی مواجهه با پیچیدگی و ابهام در دنیای واقعی را تقویت می‌کند."
		ارائه نتایج به دیگران	"ارائه عمومی نتایج پروژه را به عنوان بخشی جدایی‌ناپذیر از فرآیند یادگیری در نظر می‌گیریم، چرا که دانش‌آموز را ملزم می‌کند تا دانش خود را ساختاربندی، توجیه و از آن دفاع کند." / "این عمل، نه تنها بر تسلط مفهومی می‌افزاید، بلکه مهارت‌های ارتباطی و خودباوری علمی را نیز تقویت می‌نماید."
	طرح مسئله توسط دانش‌آموز	خلق مسئله مشابه	"از دانش‌آموزان می‌خواهیم پس از حل یک مسئله، خودشان مسئله‌ای مشابه اما با شرایطی جدید طراحی کنند که این کار درک آنان از ساختار و هسته مفهومی مسئله را به چالش می‌کشد." / "این فعالیت، آنان را از حل‌کننده منفعل به خالق فعال مسئله تبدیل می‌کند."
		بازآفرینی مسئله از زندگی روزمره	"ما دانش‌آموزان را ترغیب می‌کنیم تا مسائل ریاضی را از دل موقعیت‌های واقعی و روزمره زندگی خود استخراج و فرموله کنند." / "این کار، پیوند میان مفاهیم انتزاعی ریاضی و کاربردهای ملموس آن را تقویت کرده و به یادگیری معنا می‌بخشد."
		طرح مسئله اشتباه‌دار	"از دانش‌آموزان می‌خواهیم عمداً مسئله‌ای طراحی کنند که دیگران را به دام یک خطای رایج یا اشتباه مفهومی بیندازد." / "این چالش برانگیزترین فعالیت است، چرا که برای طراحی آن، باید بر آن خطا تسلط کامل یافته و مکانیسم ایجاد آن را به طور عمیق درک کنند."
الگوسازی حل مسئله توسط معلم	شفافیت فرآیند تفکر	بیان گام‌به‌گام فکر	"ما عمداً فرآیند درونی تفکر خود را با صدای بلند و به صورت گام‌به‌گام برای دانش‌آموزان شبیه‌سازی می‌کنیم تا استراتژی‌های حل مسئله برای آنان عینی و قابل مشاهده شود." / "این کار، مدلی عملی از یک تفکر منظم و ساختاریافته را در اختیار دانش‌آموزان قرار می‌دهد تا از آن الگوبرداری کنند."
		توضیح انتخاب راه‌حل	"ما نه تنها راه‌حل، بلکه استدلال پشت انتخاب یک روش خاص را در مقایسه با روش‌های دیگر توضیح می‌دهیم تا دانش‌آموزان با معیارهای تصمیم‌گیری در حل مسئله آشنا شوند." / "هدف این است که آنان یاد بگیرند چگونه بین راهبردهای مختلف تمایز قائل شده و انتخاب آگاهانه داشته باشند."
		نشان‌دادن روش‌های جایگزین	"ما به طور فعالانه چندین راه‌حل معتبر برای یک مسئله واحد ارائه می‌دهیم تا انعطاف‌پذیری فکری و این باور را تقویت کنیم که مسیرهای متفاوتی برای رسیدن به یک هدف وجود دارد." / "این عمل، ذهن دانش‌آموزان را از چارچوبِ "یک راه درست" رها ساخته و تفکر واگرا را تشویق می‌کند."
	مدیریت بن‌بست فکری	فکر کردن با صدای بلند	"هنگام مواجهه با یک چالش یا بن‌بست، به صورت عمدی فرآیند "فکر کردن با صدای بلند" را انجام می‌دهیم تا دانش‌آموزان بیاموزند چگونه در لحظات دشوار، افکار خود را سازماندهی و مشکل را تشخیص دهند." / "این کار، مدیریت بن‌بست را به یک مهارت آموختنی و قابل تمرین تبدیل می‌کند."
		بازگشت به صورت مسئله	"ما مدل می‌کنیم که چگونه در صورت گیر کردن، باید به صورت فعالانه به بازخوانی و بازتعریف مسئله بازگشت تا مفروضات یا اطلاعات از قلم افتاده را بازیابی کنیم." / "این استراتژی، اهمیت درک عمیق مسئله را برجسته کرده و از عجله در اجرای راه‌حل‌های نادرست جلوگیری می‌کند."
		طرح پرسش خودراهبر	"ما از پرسش‌های درونی خودراهبر (مانند "این سؤال از من چه می‌خواهد؟" یا "از کجا باید شروع کنم؟") استفاده می‌کنیم تا استفاده از این پرسش‌ها را به عنوان ابزاری برای هدایت فرآیند تفکر به دانش‌آموزان بیاموزیم." / "هدف، درونی کردن این صداهای راهنما است تا دانش‌آموزان بتوانند به طور مستقل فرآیند فکر خود را هدایت کنند."
	نمایش پشتکار فکری	تلاش مجدد پس از خطا	"ما عمداً در برابر چالش‌ها شکست می‌خوریم و سپس مدل‌سازی می‌کنیم که چگونه می‌توان با نگرشی مثبت، از شکست یاد گرفت و با یک استراتژی جدید دوباره شروع کرد." / "این کار، تاب‌آوری فکری و درک این مفهوم را تقویت می‌کند که شکست، پایان کار نیست، بلکه بخشی از مسیر یادگیری است."

	حفظ تمرکز در مسیر پیچیده	"ما پشتکار خود را در مواجهه با مسائل پیچیده و طولانی به نمایش می‌گذاریم و بر اهمیت تداوم و حفظ تمرکز حتی زمانی که راه‌حل فوراً آشکار نیست، تأکید می‌کنیم." / "این الگوسازی، استقامت ذهنی را به عنوان یک ارزش کلیدی در حل مسئله نهادینه می‌کند."
	بیان احساس هنگام دشواری	"ما به طور شفاف احساسات خود (مانند سردرگمی، ناامیدی یا شک) را در حین حل یک مسئله دشوار بیان می‌کنیم و سپس نحوه مدیریت این احساسات و ادامه دادن کار را نشان می‌دهیم." / "این عمل، عادی‌سازی احساسات منفی مرتبط با یادگیری و تقویت هوش هیجانی در کنار مهارت‌های فکری است."

بحث و نتیجه‌گیری

یافته‌های این پژوهش نشان داد که پرورش تفکر ریاضی در دانش‌آموزان دوره ابتدایی، حاصل تعامل پیچیده و چندلایه‌ای از راهبردهای آموزشی، شناختی و مدیریتی است که در قالب شبکه‌ای از مؤلفه‌های به‌هم‌پیوسته عمل می‌کنند. استخراج ۵۹۸ کد باز، ۲۱۹ زیرمقوله و ۴۲ مقوله که در هفت بعد اصلی تفکر ریاضی طبقه‌بندی شدند، بیانگر آن است که تفکر ریاضی پدیده‌ای خطی و تک‌بعدی نیست، بلکه ساختاری نظام‌مند و چندسطحی دارد. این یافته با دیدگاه‌های نظری که تفکر ریاضی را ترکیبی از فرآیندهای استدلالی، انتزاعی و ارتباطی می‌دانند همسو است (Er et al., 2023; Monteleone et al., 2023). همچنین تأکید بر چندبعدی بودن تفکر ریاضی، با چارچوب‌های نظری مانند نظریه APOS که بر تحول تدریجی ساختارهای ذهنی تأکید دارد، قابل تبیین است (Arnon et al., 2024).

در سطح راهبردهای آموزشی، نتایج نشان داد که آموزش مسئله‌محور به‌عنوان یکی از مؤثرترین راهبردها، نقش محوری در ارتقای تفکر ریاضی ایفا می‌کند. این یافته با مطالعاتی که بر اهمیت درگیرسازی فعال دانش‌آموزان در حل مسائل واقعی و غیرروتین تأکید دارند، هم‌راستا است (Muhammad Zaim et al., 2022; Torres-Pena et al., 2025). آموزش مسئله‌محور با ایجاد موقعیت‌های شناختی چالش‌برانگیز، زمینه را برای شکل‌گیری تفکر عمیق‌تر فراهم می‌کند و موجب انتقال یادگیری از سطح رویه‌ای به سطح مفهومی می‌شود. همچنین، این رویکرد با نظریه‌های یادگیری ساخت‌گرایانه که بر نقش تجربه و تعامل در یادگیری تأکید دارند، سازگار است (Wadsworth, 2024).

از دیگر یافته‌های مهم، نقش برجسته تقویت استدلال ریاضی در توسعه تفکر دانش‌آموزان بود. نتایج نشان داد که راهبردهایی مانند توجیه پاسخ، نقد استدلال دیگران و استفاده از استدلال‌های استقرایی و قیاسی، به‌طور معناداری موجب ارتقای تفکر منطقی و تحلیلی می‌شوند. این نتایج با پژوهش‌هایی که استدلال را هسته اصلی تفکر ریاضی می‌دانند، همسو است (Wang & Abdullah, 2024; Wu & Yang, 2022). همچنین، یافته‌ها نشان می‌دهد که آموزش استدلال نه‌تنها موجب بهبود عملکرد ریاضی می‌شود، بلکه مهارت‌های تفکر انتقادی را نیز تقویت می‌کند، که این امر با نتایج مطالعات پیشین همخوانی دارد (Boaler, 2023).

در بعد تعاملات کلاسی، نتایج نشان داد که گفت‌وگوی ریاضی هدایت‌شده، نقش مهمی در تعمیق یادگیری و توسعه تفکر دارد. ایجاد فضایی برای بیان ایده‌ها، گوش دادن فعال و نقد سازنده، موجب افزایش مشارکت شناختی دانش‌آموزان می‌شود. این یافته با مطالعاتی که بر نقش تعاملات

اجتماعی در یادگیری تأکید دارند، همخوانی دارد (van Oers, 2023, 2024). همچنین، توجه حرفه‌ای معلمان به تفکر دانش‌آموزان و توانایی آن‌ها در هدایت گفت‌وگوهای کلاسی، از عوامل کلیدی در شکل‌گیری این فرآیند محسوب می‌شود (Jacobs et al., 2024).

یافته دیگر پژوهش، اهمیت استفاده از بازنمایی‌های چندگانه در درک مفاهیم ریاضی بود. استفاده از بازنمایی‌های تصویری، نمادین و کلامی، به دانش‌آموزان کمک می‌کند تا مفاهیم انتزاعی را بهتر درک کنند و ارتباط میان آن‌ها را شناسایی نمایند. این نتیجه با رویکردهای آموزشی مبتنی بر مسیرهای یادگیری که بر تنوع بازنمایی‌ها تأکید دارند، همسو است (Clements & Sarama, 2023). همچنین، استفاده از ابزارهای دیجیتال به‌عنوان نوعی بازنمایی پیشرفته، می‌تواند این فرآیند را تسهیل کند (Hegedus & Roschelle, 2023).

در حوزه راهبردهای معلم، نتایج نشان داد که پرسش‌گری راهبردی و هدایت غیرمستقیم یادگیری، نقش مهمی در توسعه تفکر دانش‌آموزان دارد. این یافته با نظریه‌های یادگیری که بر نقش فعال یادگیرنده و هدایت غیرمستقیم معلم تأکید دارند، همسو است (Schunk, 2022). همچنین، کیفیت تعامل معلم–دانش‌آموز و سبک ارتباطی آن‌ها، می‌تواند بر میزان درگیری شناختی دانش‌آموزان تأثیرگذار باشد (Ashrafian & Salehi, 2022).

از دیگر نتایج مهم، تأثیر یادگیری مبتنی بر خطا و طراحی موقعیت‌های یادگیری باز بر توسعه تفکر ریاضی بود. پذیرش خطا به‌عنوان بخشی از فرآیند یادگیری، موجب کاهش اضطراب و افزایش جرأت فکری در دانش‌آموزان می‌شود. این یافته با مطالعاتی که بر تأثیر منفی اضطراب ریاضی بر عملکرد شناختی تأکید دارند، همخوانی دارد (Atabek et al., 2022). همچنین، طراحی فعالیت‌های باز و پروژه‌محور، زمینه را برای بروز خلاقیت و تفکر واگرا فراهم می‌کند که با نتایج پژوهش‌های مرتبط با تفکر خلاق همسو است (Nufus et al., 2024).

در سطح کلان، یافته‌های پژوهش نشان داد که پرورش تفکر ریاضی، نیازمند هماهنگی میان برنامه درسی، روش‌های تدریس و نظام ارزشیابی است. ارزیابی‌های مبتنی بر فرآیند و توجه به عدالت در سنجش، می‌تواند به درک بهتر توانایی‌های دانش‌آموزان کمک کند (Baniasadi et al., 2023). همچنین، استفاده از چارچوب‌هایی مانند طبقه‌بندی SOLO، امکان سنجش عمق یادگیری و تفکر را فراهم می‌کند (Hattie & Brown, 2024; Hook & Mills, 2022).

در نهایت، نتایج این پژوهش نشان داد که عوامل فردی مانند انگیزش، خودتنظیمی و نگرش به ریاضیات، در تعامل با عوامل آموزشی، نقش تعیین‌کننده‌ای در توسعه تفکر ریاضی دارند. این یافته با پژوهش‌هایی که بر نقش این عوامل در یادگیری تأکید دارند، همسو است (Mofidian, 2023; Suherman & Vidakovich, 2024). همچنین، تأثیر زمینه‌های فرهنگی و اجتماعی بر یادگیری ریاضی، نشان‌دهنده ضرورت توجه به این عوامل در طراحی برنامه‌های آموزشی است (Zivari Rahman et al., 2022).

به‌طور کلی، یافته‌های این پژوهش نشان می‌دهد که راهبردهای مدیریتی مؤثر در ارتقای تفکر ریاضی، باید مبتنی بر رویکردی یکپارچه و چندبعدی باشند که در آن، تعامل میان معلم، دانش‌آموز، محتوا و محیط یادگیری به‌صورت نظام‌مند در نظر گرفته شود. این نتایج با دیدگاه‌هایی که بر اهمیت یادگیری معنادار و توسعه تفکر سطح بالا تأکید دارند، همسو است (Aydin & Ubuz, 2024; Wang et al., 2023).

این پژوهش با محدودیت‌هایی همراه بود که باید در تفسیر نتایج مورد توجه قرار گیرد. نخست، ماهیت کیفی پژوهش و استفاده از نمونه‌گیری هدفمند، تعمیم‌پذیری یافته‌ها را محدود می‌کند. دوم، داده‌ها بر اساس ادراک و تجربه مشارکت‌کنندگان گردآوری شده است که ممکن است تحت تأثیر سوگیری‌های فردی قرار گیرد. سوم، محدود بودن میدان پژوهش به یک بستر آموزشی خاص، امکان مقایسه نتایج با سایر نظام‌های آموزشی را کاهش می‌دهد.

پژوهش‌های آینده می‌توانند با استفاده از روش‌های کمی یا ترکیبی، به بررسی روابط علی میان مؤلفه‌های شناسایی‌شده بپردازند. همچنین، انجام مطالعات طولی برای بررسی روند تحول تفکر ریاضی در طول زمان، می‌تواند به درک عمیق‌تر این پدیده کمک کند. بررسی تأثیر فناوری‌های نوین آموزشی، به‌ویژه هوش مصنوعی و محیط‌های یادگیری دیجیتال، بر توسعه تفکر ریاضی نیز از دیگر حوزه‌های پیشنهادی برای تحقیقات آینده است.

در حوزه کاربردی، پیشنهاد می‌شود برنامه‌های درسی به‌گونه‌ای طراحی شوند که فرصت‌های بیشتری برای فعالیت‌های مسئله‌محور، گفت‌وگوی کلاسی و یادگیری مبتنی بر پروژه فراهم گردد. همچنین، آموزش معلمان در زمینه راهبردهای نوین تدریس و تقویت مهارت‌های پرسش‌گری و هدایت یادگیری، ضروری به نظر می‌رسد. ایجاد محیط‌های یادگیری حمایتی که در آن خطا به‌عنوان بخشی از فرآیند یادگیری پذیرفته شود، می‌تواند به ارتقای تفکر ریاضی دانش‌آموزان کمک کند.

مشارکت نویسندگان

در نگارش این مقاله تمامی نویسندگان نقش یکسانی ایفا کردند.

تعارض منافع

در انجام مطالعه حاضر، هیچ‌گونه تضاد منافعی وجود ندارد.

موازین اخلاقی

در تمامی مراحل پژوهش حاضر اصول اخلاقی مرتبط با نشر و انجام پژوهش رعایت گردیده است.

تشکر و قدردانی

از تمامی کسانی که در انجام این پژوهش ما را همراهی کردند تشکر و قدردانی به عمل می‌آید.

Extended Abstract

Introduction

Mathematics education has increasingly shifted from a focus on procedural fluency toward fostering higher-order thinking skills, particularly mathematical thinking, which encompasses reasoning, abstraction, problem-solving, and the ability to make meaningful connections between concepts. In contemporary educational discourse, mathematical thinking is recognized as a critical competency for navigating complex real-world problems and participating effectively in knowledge-based societies (Oecd, 2023; Wang & Abdullah, 2024). Despite its recognized importance, many educational systems continue to emphasize algorithmic learning and rote memorization, which can hinder the development of deep conceptual understanding and flexible thinking in students (Boaler, 2022; Hakkarainen et al., 2023).

Mathematical thinking is a multidimensional construct that integrates cognitive, metacognitive, and affective processes. It includes the ability to generalize patterns, construct logical arguments, and engage in reflective abstraction, which allows learners to build increasingly complex mental structures (Dubinsky, 2022; Monteleone et al., 2023). Theoretical frameworks such as APOS theory provide a systematic explanation of how mathematical knowledge evolves through actions, processes, objects, and schemas, highlighting the dynamic nature of learning mathematics (Arnon et al., 2024). Similarly, constructivist perspectives emphasize that knowledge is actively constructed through interaction with the environment and meaningful engagement with tasks (Wadsworth, 2024).

Recent empirical studies have highlighted the role of instructional strategies in shaping students' mathematical thinking. Approaches such as problem-based learning, design thinking, and inquiry-based instruction encourage active engagement and deeper cognitive processing, thereby enhancing students' ability to think mathematically (Muhammad Zaim et al., 2022; Torres-Pena et al., 2025). Additionally, the integration of digital tools and innovative pedagogies has been shown to support the development of mathematical thinking by providing interactive and dynamic learning environments (Al-Barakat et al., 2025; Hegedus & Roschelle, 2023).

Teacher-related factors also play a crucial role in fostering mathematical thinking. Teachers' ability to notice, interpret, and respond to students' mathematical ideas is fundamental to creating meaningful learning experiences (Jacobs et al., 2024). Furthermore, the alignment between teachers' own mathematical thinking and their instructional practices significantly influences classroom interactions and student outcomes (Kooloos et al., 2022). Effective teaching practices, including strategic questioning, scaffolding, and facilitating

mathematical discourse, contribute to the development of students' reasoning and problem-solving skills (Shabani, 2023).

In addition to instructional and teacher-related factors, individual learner characteristics such as motivation, self-regulation, and anxiety have been identified as important determinants of mathematical thinking. For instance, high levels of mathematical anxiety can negatively impact cognitive processing, while self-regulated learning strategies promote deeper engagement and conceptual understanding (Atabek et al., 2022; Nufus et al., 2024). Moreover, cultural and contextual factors, including students' identities and learning environments, influence how mathematical thinking is developed and expressed (Suherman & Vidakovich, 2024; van Oers, 2023).

Despite the growing body of research, there remains a need for comprehensive models that integrate these diverse factors and provide actionable strategies for enhancing mathematical thinking in elementary education. This study addresses this gap by identifying and conceptualizing management strategies that support the development of mathematical thinking in primary school contexts (AlAli et al., 2023; Zeynivandnezhad, 2024).

Methods and Materials

This study employed a qualitative multi-method design combining a systematic literature review and a grounded theory approach. In the documentary phase, a systematic review of scientific literature published between 1990 and 2024 was conducted based on PRISMA guidelines. Relevant studies were identified through major academic databases, and after applying inclusion and exclusion criteria, 58 studies were selected for qualitative analysis.

In the field phase, grounded theory with a systematic design was utilized to explore participants' perspectives. A purposive-theoretical sampling strategy was adopted, involving 16 participants, including mathematics education experts, curriculum planners, and experienced elementary school teachers. Data were collected through semi-structured interviews, each lasting between 30 and 60 minutes, and continued until theoretical saturation was achieved.

Data analysis followed a structured coding process, including open, axial, and selective coding. The analysis resulted in the identification of key concepts, categories, and relationships, leading to the development of a conceptual model of mathematical thinking. To ensure the trustworthiness of the findings, multiple validation strategies were employed, including member checking, inter-coder agreement, and data triangulation.

Findings

The analysis yielded 598 open codes, which were organized into 219 subcategories and further synthesized into 42 categories. These categories were grouped into seven core dimensions of mathematical thinking: problem-solving, conceptual understanding, logical reasoning, spatial visualization, mathematical communication, cognitive flexibility, and symbolic representation.

The findings revealed that mathematical thinking is developed through a complex interplay of interconnected components rather than isolated skills. Among the identified strategies, problem-based learning emerged as a central approach, emphasizing multi-step, non-routine, and real-life problems that require students to engage in deep cognitive processing.

Another significant finding was the role of reasoning-based instruction, which includes activities such as justifying solutions, evaluating alternative approaches, and constructing logical arguments. Guided mathematical dialogue was also identified as a key strategy, fostering a classroom culture that encourages questioning, active listening, and collaborative discussion.

The use of multiple representations, including visual, symbolic, and verbal forms, was found to enhance students' understanding of abstract concepts and facilitate the transition from concrete to formal thinking. Strategic questioning by teachers, characterized by open-ended and process-oriented questions, was shown to support students' exploration and reflection.

Error-based learning emerged as an important component, highlighting the value of analyzing mistakes and promoting a growth-oriented mindset. Additionally, the design of open-ended learning environments, where students are encouraged to generate their own problems and solutions, was found to stimulate creativity and independent thinking.

The findings also indicated that these strategies lead to multidimensional outcomes, including improvements in cognitive abilities, academic performance, emotional engagement, social skills, and long-term learning dispositions.

Discussion and Conclusion

The findings of this study underscore the multifaceted nature of mathematical thinking and the necessity of adopting an integrated approach to its development in elementary education. The identified strategies highlight the importance of shifting from traditional, teacher-centered instruction toward learner-centered approaches that actively engage students in meaningful mathematical experiences.

The prominence of problem-based learning in the findings aligns with contemporary educational paradigms that emphasize authentic and context-rich tasks as a means of fostering deep understanding. By engaging students in complex problem-solving activities, educators can promote higher-order thinking skills and facilitate the transfer of knowledge to real-world contexts.

The emphasis on reasoning and mathematical discourse reflects the central role of communication in learning mathematics. Creating opportunities for students to articulate their thinking, justify their reasoning, and critique others' ideas contributes to the development of a robust mathematical understanding. These practices not only enhance cognitive skills but also support the development of confidence and autonomy in learners.

The use of multiple representations and strategic questioning further highlights the importance of scaffolding in the learning process. By providing diverse entry points to mathematical concepts and guiding students

through reflective inquiry, teachers can support the construction of meaningful and interconnected knowledge structures.

The inclusion of error-based learning and open-ended tasks emphasizes the need to create supportive learning environments where mistakes are viewed as opportunities for growth. Such environments encourage risk-taking and persistence, which are essential for the development of mathematical thinking.

Overall, the study concludes that the development of mathematical thinking is a dynamic and holistic process that requires the alignment of instructional strategies, teacher practices, and learning environments. The proposed model provides a comprehensive framework for understanding and enhancing mathematical thinking in elementary education, with implications for curriculum design, teacher training, and educational policy.

References

Abidin, Z., Herman, T., Wahyudin, W., & Farokhah, L. (2025). Bibliometric Analysis Using VOSviewer with Publish or Perish of Computational Thinking and Mathematical Thinking in Elementary School. *Journal of Educational Research and Practice*, *4*(1).

Al-Barakat, A. A., El-Mneizel, A. F., Al-Qatawneh, S. S., AlAli, R. M., Aboud, Y. Z., & Ibrahim, N. A. H. (2025). Investigating the Role of Digital Game Applications in Enhancing Mathematical Thinking Skills in Primary School Mathematics Students. *Decision Making: Applications in Management and Engineering*, *8*(1). https://doi.org/10.31181/dmame8120251301

AlAli, R., Wardat, Y., & Al-Qahtani, M. (2023). SWOM Strategy and the Influence of Its Use on Developing Mathematical Thinking Skills and Metacognitive Thinking Among Gifted Tenth-Grade Students. *Eurasia Journal of Mathematics, science and technology education*, *19*(3), em2238.

Arnon, I., Cottrill, J., Dubinsky, E., Oktac, A., Fuentes, S. R., Trigueros, M., & Weller, K. (2024). *APOS Theory: A Framework for Research and Curriculum Development in Mathematics Education*. Springer.

Ashrafian, N., & Salehi, K. (2022). The Effect of Transactional Analysis Training on the Components of Teacher-Student Interaction Style in Primary Education. *Psychological Achievements*, *29*(1), 229-252.

Atabek, O., Savkliyildiz, A., Orhon, G., Colak, O. H., Ozdemir, A., & Senol, U. (2022). The Effect of Anxiety on Mathematical Thinking: An fMRI Study on 12th-Grade Students. *Learning and Motivation*, *77*, 101779. https://doi.org/10.1016/j.lmot.2021.101779

Aydin, U., & Ubuz, B. (2024). Predicting Undergraduate Students' Mathematical Thinking About the Derivative Concept: A Multilevel Analysis of Personal and Institutional Factors. *Learning and Individual Differences*, *32*, 80-92. https://doi.org/10.1016/j.lindif.2024.03.023

Baniasadi, A., Salehi, K., Khodaie, E., Bagheri Noaparast, K., & Izanloo, B. (2023). Fairness in Classroom Assessment: A Systematic Review. *The Asia-Pacific Education Researcher*, *32*, 91-109. https://doi.org/10.1007/s40299-021-00636-z

Boaler, J. (2022). The Development of Disciplinary Relationships: Knowledge, Practice, and Identity in Mathematics Classrooms. *For the Learning of Mathematics*, *22*(1), 42-47.

Boaler, J. (2023). *Mathematical Mindsets: Unleashing Students' Potential Through Creative Math, Inspiring Messages, and Innovative Teaching*. Jossey-Bass.

Clements, D. H., & Sarama, J. (2023). *Learning and Teaching Early Math: The Learning Trajectories Approach*. Routledge.

Dubinsky, E. (2022). Reflective Abstraction in Advanced Mathematical Thinking. In *Advanced Mathematical Thinking Processes* (pp. 95-123). Kluwer.

Er, Z., Artut, P. D., & Bal, A. P. (2023). Developing the Mathematical Thinking Scale for Gifted Students. *Pegem Journal of Education and Instruction*, *13*(3), 215-227.

Hakkarainen, A., Holopainen, L., & Savolainen, H. (2023). Mathematical and Reading Difficulties as Predictors of School Achievement and Transition to Secondary Education. *Scandinavian Journal of Educational Research*, *57*(5), 488-506.

Hattie, J., & Brown, G. T. L. (2024). *Cognitive Processes in asTTle: The SOLO Taxonomy*.

Hegedus, S. J., & Roschelle, J. (2023). The Interplay of Digital Tools and Innovative Pedagogy in the Mathematics Classroom: A Meta-Analysis of the Research. *Educational Research Review*, *9*, 47-64. https://doi.org/10.1016/j.edurev.2023.04.001

Hook, P., & Mills, J. (2022). *SOLO Taxonomy: A Guide for Schools*. Essential Resources Educational Publishers.

Jacobs, V. R., Empson, S. B., Jessup, N. A., Dunning, A., Pynes, D., Krause, G., & Franke, T. M. (2024). Profiles of Teachers' Expertise in Professional Noticing of Children's Mathematical Thinking. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *27*(2), 295-324. https://doi.org/10.1007/s10857-022-09508-4

Kooloos, C., Oolbekkink-Marchand, H., van Boven, S., Kaenders, R., & Heckman, G. (2022). Making Sense of Student Mathematical Thinking: The Role of Teacher Mathematical Thinking. *Educational Studies in Mathematics*, *110*(3), 503-524.

Mofidian, H. (2023). *The Role of Creative Thinking, Nonverbal Working Memory, and Logical-Mathematical Intelligence in Predicting English Language Learning* Semnan University, Faculty of Psychology and Educational Sciences].

Monteleone, C., Miller, J., & Warren, E. (2023). Conceptualising Critical Mathematical Thinking in Young Students. *Mathematics Education Research Journal*, *35*(2), 339-359. https://doi.org/10.1007/s13394-023-00445-1

Muhammad Zaim, G. M., Hidayat, R., Kashmir, M. K., Suhaimi, N. F., Adnan, M., & Saswandila, A. (2022). Design Thinking in Mathematics Education for Primary School: A Systematic Literature Review. *Alifmatika*, *4*(1), 20-21. https://doi.org/10.24042/alifmatika.v4i1.876

Nufus, H., Muhandaz, R., Hasanuddin, Nurdin, E., Ariawan, R., Fineldi, R. J., Hayati, I. R., & Situmorang, D. D. B. (2024). Analyzing Students' Mathematical Creative Thinking Ability in Terms of Self-Regulated Learning. *Heliyon*, *10*(3), e24871. https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2024.e24871

Oecd. (2023). *PISA 2022 Results: What Students Know and Can Do*.

Schunk, D. H. (2022). *Learning Theories: An Educational Perspective*. Pearson Education.

Shabani, H. (2023). *Educational and Nurturing Skills: Teaching Methods and Techniques*. SAMT.

Suherman, S., & Vidakovich, T. (2024). Relationship Between Ethnic Identity, Attitude, and Mathematical Creative Thinking Among Secondary School Students. *Thinking Skills and Creativity*, *51*, 101448. https://doi.org/10.1016/j.tsc.2023.101448

Torres-Pena, R. C., Pena-Gonzalez, D., & Ariza-Echeverri, E. A. (2025). Mathematical Thinking in Preschool: Strengthening Seriation and Counting Through Problem Solving. *International Journal of Early Childhood*. https://doi.org/10.1007/s13158-025-00312-3

van Oers, B. (2023). The Development of Mathematical Thinking in Young Children's Play: The Role of Communicative Tools. In *Teaching Mathematics as to Be Meaningful: Foregrounding Play and Children's Perspectives* (pp. 1-12). Springer International Publishing.

van Oers, B. (2024). The Development of Mathematical Thinking in Young Children's Play: The Role of Communicative Tools. In *Teaching Mathematics as to Be Meaningful: Foregrounding Play and Children's Perspectives*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-37663-4_1

Wadsworth, B. J. (2024). *Piaget's Theory of Cognitive and Affective Development: Foundations of Constructivism*. Longman Publishing Group.

Wang, L., Yang, J., Sun, B., Wang, D., Liu, R., He, J., & Xia, M. (2023). Influence of High-Level Mathematical Thinking on L2 Phonological Processing of Chinese EFL Learners: Evidence from an fNIRS Study. *Thinking Skills and Creativity*, *47*, 101242. https://doi.org/10.1016/j.tsc.2023.101242

Wang, Q., & Abdullah, A. H. (2024). Enhancing Students' Critical Thinking Through Mathematics in Higher Education: A Systemic Review. *Sage Open*, *14*(1), 21582440241275651. https://doi.org/10.1177/21582440241275651

Wu, W. R., & Yang, K. L. (2022). The Relationships Between Computational and Mathematical Thinking: A Review Study on Tasks. *Cogent Education*, *9*(1). https://doi.org/10.1080/2331186X.2022.2098929

Zeynivandnezhad, F. (2024). *Mathematical Thinking in Differential Equations Through a Computer Algebra System* Universiti Teknologi Malaysia, Faculty of Education].

Zeynivandnezhad, F., Ismail, Z., & Yudariah, M. Y. (2023). Mathematical Thinking in Differential Equations Among Pre-Service Teachers. *Jurnal Teknologi*, *63*(2).

Zivari Rahman, M., Salehi, K., Khodaie, E., Moghadamzadeh, A., & Hakimzadeh, R. (2022). Pathology of Scholastic Aptitude Search in Iran: A Systematic Review of the Literature in the Last Three Decades. *Educational Measurement and Evaluation Studies*, *12*(39), 103-140. https://doi.org/10.22034/emes.2022.547411.2346